LS EL Alia		***AS : 2015/2016***
	Devoir de synthèse n°3	
Prof: Tlich Ahmed	***(Bac Science1 et 2)***	***Durée: 3h***

Exercice n°1 : (4 points)

Tous les résultats de cet exercice seront à 10^{-3} prés.

Le tableau suivant donne la dépense d'une entreprise en mille de dinars sur la formation de ces employées en informatiques de 1985 à 2015.

Année	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6
Dépense y_i	398	423	451	501	673	956	1077

1) a)Calculer le coéfficient de corrélation de la série (X,Y).Interpréter le résultat.
   b) Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.
   c) Donner une estimation de la dépense en 2020.
2) On estime qu'un ajustement exponentiel est plus adapté. On pose Z=ln(Y).
   a) Calculer le coéfficent de corrélation de la série (X,Z). Quelle l'ajustement le plus fiable ?
   b) Donner l'équation de la droite de régression de Z en X.
   c) déterminer les réels a et b tel que $y = ae^{bx}$
   d) Donner une estimation de la dépense en 2020 par le deuxième ajustement

Exercice n°2 : (5 points)

Tous les résultats de cet exercice seront à 10^{-3} prés.

Une usine fabrique deux types des composantes électroniques dont 30% du type A et le reste du type B. Les composantes sont soumises à un test de contrôle qui donne les résultats suivants :

- parmi les composantes du type A 2% sont défectueuses
- parmi les composantes du type B 8 % sont défectueuses

On choisie au hasard une composantes et on note les événements suivants par:
A « composante du type A » D « composante est défectueux »
1) Calculer la probabilité de ces événements
   a) Choisir une composante du type A et défectueux.
   b) Choisir une composante défectueuse.
   c) La composante n'est pas défectueuse, quelle est la probabilité qu'il soit du type B.
2) Un revendeur commande 20 composantes et on suppose que les choix sont indépendants.
   a) Quelle la probabilité qu'au plus deux composantes soit défectueux.
   b) Quelle le nombre maximal que le revendeur doit commander pour que le nombre moyen des composantes défectueuses soit inférieur à 3.
3) On suppose que la durée de vie en année d'une composante suit une loi exponentielle X de paramètre $\lambda = 0,2$.
   a) Quelle est la probabilité que la composante ait une durée vie supérieure à 5 ans.
   b) Sachant que la composante est en marche depuis 4 ans, quelle est la probabilité qu'il ait une vie inférieure à 7 ans.

<u>Exercice n° 3 : (4 points)</u>

A l'instant t = 0 (exprimé en heures), on injecte dans le corps d'un malade une dose de 5 milligrammes d'un antibiotique.
On suppose que l'antibiotique se répartie dans le sang puis s'absorbe progressivement.
On note f (t) la masse de l'antibiotique présente dans le sang à l'instant t qui vérifie l'équation différentielle (E): y' +2y=0

1) Résoudre dans $[0, +\infty[$ l'équation (E).
2) Déterminer l'expression de f(t) . (On rappelle que on a f(0) =5).
3) Déterminer la masse de l'antibiotique à l'instant t = 4.
4) Déterminer le temps pou que la moitié de la substance soit absorbé.
5) On suppose que l'antibiotique perd son effet si f (t) $\leq 10^{-4}$.
Déterminer alors la période d'effet de cet antibiotique. (Le résultat est d

<u>Exercice n°4 :</u> (7 points)

A) Soit la fonction définie sue IR par g(x) = $e^{x}(x-1)$ et C_g sa courbe représentative dans l'annexe ci-joint.

1) a) Etudier les variations de g.
   b) Calculer g(1) puis dresser le tableau de signe de g(x).
   c) Construire dans l'annexe la droite D : y = x puis justifier graphiquement que l'équation g(x) = x admet une unique solution $\alpha \in]1, 2[$.
2) a) Montrer que g est une solution de l'équation différentielle $y' - y = e^{x}$
   b) Calculer l'aire de la partie du plan limité par C_g l'axe des abscisses et les droites d'équations x =0 et x=1.
3) a) Montrer que g est bijective de $[0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.
   b) Construire dans le même repère la courbe de g^{-1}
   c) Calculer en fonction de α l'aire de la partie du plan limitée par les courbes C_g et $C_{g^{-1}}$ et les axes du repère et les droites d'équations x = α et y = α

B) Soit la fonction définie sur IR par $f(x) = \dfrac{e^{x}}{e^{x} - x}$

1) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$
2) Montrer que $f'(x) = \dfrac{-g(x)}{(\mathrm{e}^{x} - x)^{2}}$
3) Dresser le tableau de variation de f.
4) Construire dans un autre repère la courbe de f.
5) a) Vérifier que pour tout x $\in [1, +\infty[$ on a : $\dfrac{e^{x}}{e^{x} - 1} \leq f(x) \leq \dfrac{e}{e-1}$
   b) Donner un encadrement de l'aire de la partie du plan limité par C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équation x =1 et x = ln4.

<u>Bon travail</u>

Annexe de l’exercice n°4

Nom et prénom :...