LS EL Alia		***AS : 2012/2013***
	Devoir de synthèse n°3	
Prof: Tlich Ahmed	***(Bac Science1 et 2)***	***Durée: 3h***

Exercice n°1 : (4 points)
Choisir l'unique bonne réponse et sans justification.

1) $\lim\limits_{x\to 0^+} e^{\frac{\ln x}{x}}$ égal à: a)0 b) 1 c) $+\infty$

2) On donne f(x) = x e^x . La fonction f est une solution de l'équation différentielle :

a) y' –y = 0 b) y' -y =x c) y' – y =e^x

3) Soit f(x) = $\sqrt{e^x - 1}$ **. Le volume du solide de révolution définie par la rotation de l'arc de la courbe de f associé à [0,1] autour de l'axe des abscisses égal à :**

a) π (e -2) b) π (e-1) c) π

4) Soit X un aléa numérique qui suit une loi binomiale de paramètres (10, (0.6)) alors la probabilité de p(X ≥ 1) égal à :

a) 0.006 b) 0.0007 c) 0.999

Exercice n°2 : (4 points)

La consommation Y d'une voiture en fonction de sa vitesse moyenne X est donner par le tableau suivant :

Vitesse X (km/h)	80	90	100	110	120
Y (litre/100km)	4	4 ,8	6,3	8	10

1) a) Représenter le nuage des points de la série (X, Y).

b) Calculer le cœfficient de corrélation linéaire entre X et Y. Un ajustement affine est il justifier?

2) On propose d'essayer un ajustement exponentiel. On pose Z=ln(Y).

a) Calculer le coefficient de corrélation entre X et Z.

b) Donner une équation de la droite de régression de Z en X en utilisant la méthode des moindres carrés

c) Déterminer les réels A et B tel que y = Ae^{Bx}.

d) Donner la consommation a une vitesse de 130 km/h.

e) Quel est l'ajustement le plus justifié ?

Exercice n°3 : (5 points)

La durée de vie d'un robot, exprimée en années, jusqu'à ce que survienne la première panne est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ, avec $\lambda > 0$.
1) Déterminer λ, arrondi à 10^{-1} près, pour que la probabilité : P(X > 6) = 0,3.
Pour la suite de l'exercice, on prendra λ = 0,2.
2) À quel instant t, à un mois près, la probabilité qu'un robot tombe en panne pour la première fois est-elle de 0,5 ?

3) Calculer la probabilité qu'un robot n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années.
4) Sachant qu'un robot n'a pas eu de panne au cours des deux premières années, quelle est, à 10^{-2} près, la probabilité qu'il soit encore en état de marche au bout de six ans ?
5) On considère un lot de 10 robots fonctionnant de manière indépendante.
a)Déterminer la probabilité que, dans ce lot, il y ait au moins un robot qui n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années.
b) Déterminer la probabilité que, dans ce lot, il y ait au plus deux robots qui n'ont pas eux de panne au cours des deux premières années.

Exercice n°4 :(7 points)

1) Soit la fonction g définie sur$]0, +\infty[$par $g(x) = x + 1 - 2\ln x$

a) Etudier le sens de variation de g.

b) Déduire que $g(x) > 0$ pour tout $x \in]0,+\infty[$.

2) Soit la fonction f définie sur$]0, +\infty[$par $f(x) = 2 + \dfrac{\ln x - x}{x^2}$

a) Calculer les limites de f en $+\infty$ et en 0^{+}.

b) Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$ puis dresser le tableau de variation de f.

c) Montrer que l'équation f(x) =0 admet une unique solution α .Vérifier que : $\dfrac{1}{2} \prec \alpha \prec 1$

d) Construire dans un repère orthonormé la courbe de f.

3)a)Montrer que f réalise une bijection de$]0, +\infty[$sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Dresser le tableau de variation de f^{-1}.

c) Vérifier par calcul que le point A (1,1) appartient aux deux courbes, celle de f et de f^{-1}.

d) Construire la courbe de f^{-1} dans le même repère.

5) a) Par une intégration par partie ; calculer en fonction de α : $\displaystyle\int_{\alpha}^{1} \frac{1}{x^2}\ln x\,dx$

b) Calculer en fonction de α, l'aire de la partie du plan limitée par les courbes de f et droites d'équations : x = α ; x = 1 et y =0.

c) Calculer en fonction de α, l'aire de la partie du plan limitée par les courbes de f et f^{-1} et droites d'équations x = 0 ; x = 1 et y =0.

Bon Travail