Racines carrées d'un nombre complexe non nul

Soit a un nombre complexe non nul

Les racines carrées de a sont les deux solutions de l'équation $z^2=a$

Tout nombre complexe non nul admet **deux racines carrées opposées**

Recherche des racines carrées d'un nombre complexe non nul a

Par définition

z racine carrée de a équivaut à $z^2=a$

Méthode trigonométrique

Soit a un nombre complexe non nul d'argument θ alors les racines carrées de a sont

$z_1=\sqrt{|a|}e^{i\frac{\theta}{2}}$ et

$z_2=-\sqrt{|a|}e^{i\frac{\theta}{2}}=\sqrt{|a|}e^{i(\pi+\frac{\theta}{2})}$

Méthode algébrique

$z=x+iy$ racine carrée de **a** alors

$$\begin{cases} x^2+y^2=|a| \\ x^2-y^2=Re(a) \\ 2xy=Im(a) \end{cases}$$

Racines carrées d'un nombre complexe non nul a= iy avec y ∈ ℝ :*

$(1+i)^2=2i$

$(1-i)^2=-2i$

⁎ si $y>0$

$(1+i)\sqrt{\frac{y}{2}}$ et $-(1+i)\sqrt{\frac{y}{2}}$ sont les racinées carrées de a

⁎ si $y<0$

$(1-i)\sqrt{-\frac{y}{2}}$ et $-(1-i)\sqrt{-\frac{y}{2}}$ sont les racinées carrées de a

*Racines carrées d'un nombre complexe non nul a= x avec x ∈ ℝ**

⁎ si $x>0$

$\sqrt{x}$ et $-\sqrt{x}$ sont les racinées carrées de a

⁎ si $x<0$

$i\sqrt{|x|}$ et $-i\sqrt{|x|}$ sont les racinées carrées de a

Equations du second degré dans $\mathbb{C}$

On considère l'équation

(E) : $az^2 + bz + c = 0$ avec a un nombre complexe non nul

$\Delta = b^2 - 4ac$ et **δ est une racine carrée de Δ**

alors (E) admet deux solutions

$z_1 = \frac{-b+\delta}{2a}$ et $z_2 = \frac{-b-\delta}{2a}$

- $z_1 + z_2 = \frac{-b}{a}$ et $z_1 \times z_2 = \frac{c}{a}$
- $az^2 + bz + c = a(z - z_1)(z - z_2)$
- Si $a + b + c = 0$ alors $z_1 = 1$ et $z_2 = \frac{c}{a}$
- Si $a - b + c = 0$ alors $z_1 = -1$ et $z_2 = -\frac{c}{a}$

Equation du second degré à coefficients réels dans IR

On considère l'équation

(E) : $az^2 + bz + c = 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$; $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$

Alors $\Delta = b^2 - 4ac$ est un réel

1) Si $\Delta > 0$ alors (E) admet deux solutions réelles

$z_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

2) Si $\Delta = 0$ alors (E) admet une solution réelle double : $z_0 = \frac{-b}{2a}$

3) Si $\Delta < 0$ alors $i\sqrt{|\Delta|}$ **est une racine carrée de Δ**

(E) admet deux solutions complexes conjuguées

$z_1 = \frac{-b+i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$ et $z_2 = \frac{-b-i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$

Prof : Ben Rached .F	Section : Sciences expérimentales
	Classes:4ème année de l'enseignement secondaires
	Racines nièmes d'un nombre complexe non nul Racines carrées d'un nombre complexe non nul Equations du second degré dans $\mathbb{C}$

Racines nièmes de l'unité

Pour tout entier naturel n$\geq$ 2

Les racines nièmes de l'unité sont les solutions de l'équation $z^n=1$

Pour tout entier naturel n$\geq$ 2

l'équation $z^n=1$ admet dans $\mathbb{C}$

n solutions distinctes

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{U},\vec{V})$

Pour tout entier naturel n$\geq$ 3

Les points images des racines nièmes de l'unité sont les sommets d'un polygone régulier inscrit dans le cercle trigonométrique

Pour tout entier naturel n$\geq$ 2

Les racines nièmes de l'unité sont définies par : $z_k = e^{i\frac{2k\pi}{n}}$ avec k$\in \{0,1,2 \dots, n-1\}$

Racines nièmes d'un nombre complexe non nul

Soit a un nombre complexe non nul

Les racines nièmes de a sont les solutions de l'équation $z^n = a$

Soit a un nombre complexe non nul

Pour tout entier naturel n$\geq$ 2

l'équation $z^n=a$ admet dans $\mathbb{C}$

n solutions distinctes

Soit a un nombre complexe non nul d'argument θ.Pour tout entier naturel n$\geq$ 2

Les racines nièmes de a sont définies par : $z_k = re^{i(\frac{\theta}{n}+\frac{2k\pi}{n})}$

avec r *le réel positif tel que* $r^n = |a|$ et k$\in \{0,1,\dots,n-1\}$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{U},\vec{V})$

Pour tout entier naturel n$\geq$ 3

Les points images des racines nièmes de a sont les sommets d'un polygone régulier inscrit dans le cercle de centre O et de rayon r avec $r^n = |a|$