Série de révision

EXERCICE N°1

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives $a=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $b=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

1) a) Donner l'écriture exponentielle de chacun des nombres complexes a et b.

b) Vérifier que $b^2=a$.

2) Soit C le point d'affixe $c=a+b$.

a) Placer les points A, B et C.

b) Vérifier que $c=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

3) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2+z-c=0$.

a) Vérifier que b est une solution de l'équation (E).

b) On désigne par d la deuxième solution de l'équation (E).

Montrer que $d=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}e^{i\left(\frac{-11\pi}{12}\right)}$

c) Placer alors, le point D d'affixe d.

EXERCICE N°2

1/ θ étant un réel de l'intervalle $[0,\pi]$, on considère l'équation dans $\mathbb{C}$

$$E_\theta : Z^2-(2\cos\theta+2+i)Z+2(2\cos\theta+i)=0$$

a) Montrer que E_θ admet une solution réelle Z_0 que l'on calculera.

b) En déduire l'autre solution de E_θ

2/ Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points $A(2)$ et $M(2\cos\theta+i)$.

a) Déterminer et construire l'ensemble des point M lorsque θ décrit $[0,\pi]$

b) Déterminer θ pour que $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OM}=0$

c) Déterminer la valeur de θ pour les quelles OAM est un triangle rectangle.

EXERCICE N°3

1/ Donner la forme exponentielle du nombre complexe $a=8i$.

2/a) Résoudre dans $\mathbb{C}$: $Z^3=8i$

b) Donner la forme algébrique des solutions

3/En déduire les solutions de l'équation : $(Z-1)^3=8iZ^3$.

EXERCICE N°4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases} x^3+2x^2+x+2 & \text{si } x\le 0 \\ 1+\sqrt{x^2+1} & \text{si } x>0 \end{cases}$

1/ Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en 0. f est-elle dérivable en 0 ?

2/a) Calculer la fonction dérivée de f sur chaque intervalle

b) Dresser le tableau de variation de f

3/a) Montrer que la droite $\Delta : y = x+1$ est une asymptote à la courbe de f au voisinage de $(+\infty)$

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$; Interpréter graphiquement le résultat

4/ Pour $x\in\left]-\infty,0\right]$ Montrer que la courbe de f admet un point d'inflexion A

5/ Tracer (ζ_f) dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.