série n°19 4ème.sc

Exercice N°1

Une urne contient 12 boules dont quatre rouges numérotées -1 ; -1 ; -1 ; 0 ,
cinq vertes numérotées 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 1 et trois jaunes numérotées -1 ; 0 ; 1, tout les boules sont indiscernable au toucher

On tire au hasard et simultanément quatre boules de l'urne

1/ Calculer la probabilité de chacune des évènement suivants :

A « Obtenir quatre boules vertes »

B « Obtenir quatre boules portant le même numéro »

C « Tirer les trois boules jaunes »

D « Tirer au moins une boule rouges »

E « La somme des numéros des boules tirer est égale à zéro »

S « Obtenir quatre boules portant le même numéro sachant quelles sont vertes »

2/ Soit X l'aléas numérique prenant pour valeur le nombre de boules jaune figurant dans le tirage

a) Déterminer la loi de probabilité de X
b) Calculer l'espérance mathématique ainsi que l'écart type de X
c) Calculer $P(-1 \leq X \leq 2)$
d) Définir et représenter F la fonction de répartition de X

Exercice N°2

Une urne contient quatre boules rouges et six boules noires

1/ On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne. Calculer la probabilité de l'évènement
A : « La première boule tirée est noire et les deux autres boules tirées sont rouges »

2/ Soit E l'épreuve qui consiste à tirer simultanément trois boules de l'urne.
On désigne l'évènement :S : « obtenir une boule noire et deux boules rouges »

a) Montrer que : $P(S) = \dfrac{3}{10}$
b) On répète l'épreuve E cinq fois de suite en remettant les trois boules tirées dans l'urne après chaque tirage et on désigne par X l'aléas numérique qui prend pour valeur le nombre de fois où l'évènement S est réalisé. Déterminer la loi de probabilité de X
c) Calculer $P(1 < X \leq 2)$

Exercice N°3

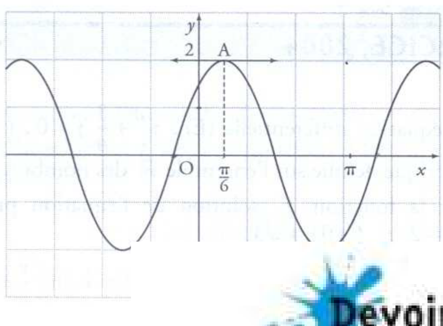
Soit l'équation (E) : $2y' + 3y = 6x - 5$

1/ Soit $f(x) = ax + b$
Déterminer a et b pour que f soit solution de (E)

2/a) Montrer que $g(x) - f(x)$ est solution de (E') : $2y' + 3y = 0$ ssi g est solution de (E)
b) Résoudre alors (E)

Exercice N°4

1) Résoudre l'équation différentielle (E) : $4y'' + 9y = 0$.
2) On désigne par f la solution particulière de l'équation différentielle (E) dont la représentation graphique est donnée ci-contre. Il est précisé que la courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point $A\left(\dfrac{\pi}{6};2\right)$
Déterminer une expression de f(x).
3) Montrer que, pour tout nombre réel x ; $f(x) = 2\cos\left(\dfrac{3x}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)$
4) Calculer $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} f(x)dx$. Interpréter graphiquement le résultat.

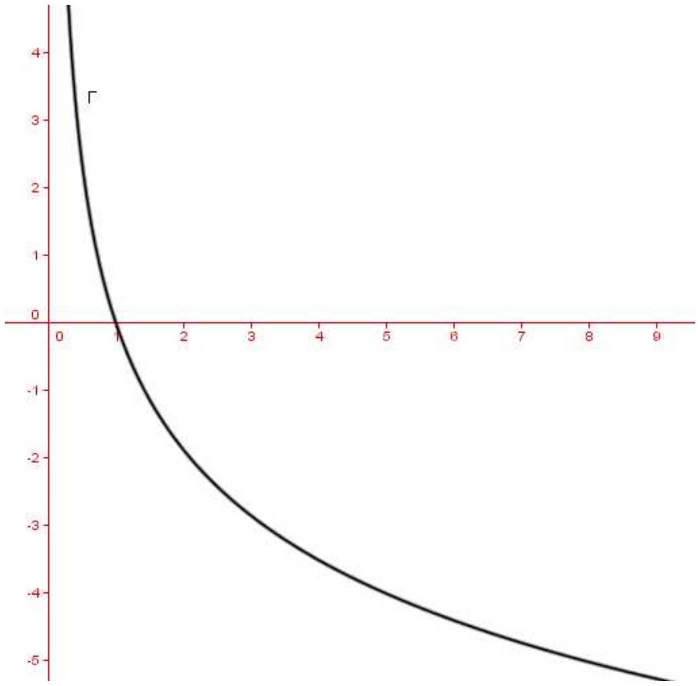


Exercice N°5

Le plan est rapporté à un repère orthonormé.

La courbe (Γ) ci-dessous est celle d'une fonction g définie, continue est dérivable sur $]0,+\infty[$

(Γ) n'admet aucun extremum



1/ a) Par une lecture graphique donner le signe de g sur $]0,+\infty[$

b)En déduire le signe de $(x-1)g(x)$ sur $]0,+\infty[$

2/ La fonction g est définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=2ln(\frac{1}{x})+\frac{1-x}{x}$

Calculer l'aire de la partir du plan limitée par (Γ) et les droites d'équations : x = 1 ; x = e et y = 0

On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=1-x-(x-1)^2\ln(x)$ et on désigne C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

a) Montrer que pour tout $x\in\,]0,+\infty[$, $f'(x)=(x-1)g(x)-1$
b) Dresser le tableau de variation de f

3/ Déterminer l'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 1

4/Tracer T et C_f.