série révision 1 s 4ème.SC

Exercice N°1

Dans le plan complexe muni du repère orthonormé $\left(O\ ,\ \vec{u}\ ,\ \vec{v}\right)$,direct on considère le point M d'affixe $z = x + i\,y$ .On suppose que dans tout l'exercice que $z \neq 2\,i$ .On note A le point d'affixe 1 et B le point d'affixe $2i$.

1°) Résoudre les équations : a/ $\dfrac{z-1}{z-2i} = i$ b/ $\dfrac{z-1}{z-2i} = -1$

On appellera C et D les points images des solutions respectivement de a/ et b/

2°) On pose $Z = \dfrac{z-1}{z-2i} = X + i\,Y$, X et Y étant des réels.

Déterminer X et Y en fonction de x et y

3°) Déterminer et représenter l'ensemble (E) des points M tels que Z soit réel

Montrer que D appartient à (E) .

4°) Montrer que l'ensemble (F) des points M tels que Z soit imaginaire pur ou nul est un cercle privé d'un point, dont on déterminera le centre et le rayon.

Vérifier que C appartient à (F) et représenter l'ensemble (F) .

5°) Déterminer et représenter l'ensemble (G) des points M tels que $|Z| = 1$

Exercice N°2

On considère le nombre complexe : $a = -4\sqrt{3} - 4i$.

Déterminer le module et un argument de a .

2°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 = -4\sqrt{3} - 4i$.

(on donnera les solutions sous forme trigonométrique) .

3°) Soit : $u = (-1-i) + \sqrt{3}(1-i)$.

a- Calculer u^2 .

b- En déduire le module et un argument de u.

c- Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $\left(O\ ,\ \vec{U}\ ,\ \vec{V}\right)$

on considère les points A, B et C d'affixes respectives u ; $\sqrt{3}(1-i)$ et $(-1-i)$

Montrer que OBAC est un rectangle .

Exercice N°3

On Considère les nombres complexes $\alpha = \dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2}$ et $\beta = \dfrac{3 + i\sqrt{3}}{2}$.

1°) Ecrire α et β sous la forme exponentielle.

2°) Soit θ un réel de l'intervalle $]0\,,\,\pi[$.

a- Résoudre dans C l'équation : $z^2 - 2z + 1 - e^{2i\theta} = 0$ .On désignera par z_1 la solution ayant une partie imaginaire négative et par z_2 l'autre solution.

b- Ecrire z_1 et z_2 sous la forme trigonométrique.

3°) Déterminer θ pour que l'on ait $z_1 = \alpha$ et $z_2 = \beta$.

Exercice N°4

1/a) Déterminer trois reels a, b et c tels que pour tout nombre complexe z on ait :

$$z^3 - 8 = (z - 2)(az^2 + bz + c).$$

b) En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^3 - 8 = 0$.

2/ Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points A d'affixe $z_A = 2$, B d'affixe $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et C d'affixe $z_C = -1 - i\sqrt{3}$.

a) Déterminer les formes exponentielles de z_A, z_B, et z_C

b) Placer les points A, B et C

c) Déterminer la nature du triangle ABC. Justifier la réponse.

d) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme

Exercice N°5

1/ Vérifier que $1 + e^{i\theta} = 2\cos(\frac{\theta}{2})e^{i\frac{\theta}{2}}$ et $1 - e^{i\theta} = -2i\sin(\frac{\theta}{2})e^{i\frac{\theta}{2}}$

2/ Soit l'équation $E_\theta : 2z^2 - 2z - i\sin\theta e^{i\theta} = 0$ avec $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right]$

a) Résoudre E_θ dans $\mathbb{C}$

b) Mettre sous forme exponentielle les solutions trouvées

3/ Le plan complexe est rapporté à un R.O.N $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $M(\frac{1+e^{i\theta}}{2})$ et $N(\frac{1-e^{i\theta}}{2})$

a) Déterminer l'ensemble des points M lorsque θ varie dans $\left]0, \frac{\pi}{2}\right]$

b) Déterminer θ pour que le triangle OMN soit isocèle en O

Exercice N°6

1/a) Ecrire sous forme algébrique : $(9 + 2i)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 + (9 - 2i)z - 18i = 0$

2/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E') : Z^4 + (9 - 2i)Z^2 - 18i = 0$

3/ le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$

a) Placer les points A et B d'affixes respectives $1 + i$ et $3i$

b) Soit C le point d'affixe $1 + \alpha i$ où $\alpha \in \mathbb{R}$

Déterminer α pour que le triangle ABC soit rectangle en C

c) Pour $\alpha = 3$ déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un parallélogramme