série révision 4 s   4ème.sc

Exercice N°1

1/ Résoudre dans ℂ, l'équation (E) : $2z^2-\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+i\right)z+1+i\sqrt{3}=0$

2/ Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$

On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $z_B=iz_A$

On désigne par I le milieu de segment [AB]

a) Donner la forme exponentielle de z_A et z_B

b) Placer les points A, B et I

3/a) Montrer que le triangle OAB est isocèle et rectangle

b) En déduire que $OI=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et que $\left(\vec{u},\overrightarrow{OI}\right)\equiv\dfrac{7\pi}{12}[2\pi]$

c) Ecrire z_I sous forme la forme algébrique et en déduire la valeur exacte de $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ et celle de $\sin\dfrac{7\pi}{12}$

Exercice N°2

Le premier exercice d'un examen est un questionnaire à choix multiples (QCM formé de quatre questions indépendantes. Pour chaque question trois réponses sont proposées dont une seule est exacte.

Un candidat coche au hasard une seule réponse pour chaque question

1/Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants

A : « Le candidat coche la réponse exacte de la première question seulement ».

B : « Le candidat coche une seule réponse exacte».

C : « Le candidat ne coche aucune réponse exacte».

2/ Une réponse exacte vaut 1 point et une réponse fausse vaut 0 point.

On désigne par X l'aléa numérique égal à la not totale attribuée au candidat dans cet exercice.

a) Donner la loi de probabilité de X

b) Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X

Exercice N°3

On considère la suite réelle (U_n) définie sur IN pa $\begin{cases} U_0=\dfrac{3}{2} \\ U_{n+1}=1+\sqrt{U_n-1} \end{cases}$ pour tout n de IN.

1/a) Montrer par récurrence que pour tout n de IN, $1 < U_n < 2$.

b) Montrer que (U_n) est croissante.

c) En déduire que (U_n) converge vers une limite que l'on déterminera.

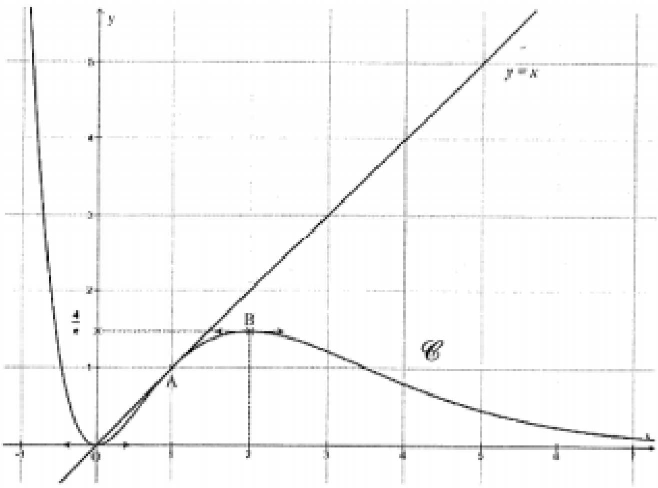
2/ Soit (V_n) la suite réelle définie sur IN par : $V_n = \ln(U_n-1)$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$

b) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$. Retrouver $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

Exercice

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$. La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est celle d'une fonction *f* définie et dérivable sur $\mathbb{R}$



- La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point $A(1\,;\,1)$ a pour équation $y = x$.
- La courbe $\mathscr{C}$ admet seulement deux tangentes horizontales, l'une à l'origine et l'autre au point $B\left(2\,;\frac{4}{e}\right)$.
- $\mathscr{C}$ admet au voisinage de $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées.
- La droite d'équation $y = 0$ est une asymptote à $\mathscr{C}$ au voisinage de $+\infty$.

1. Par lecture graphique :

   a) déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$;

   b) déterminer les réels x vérifiant $f(x) < x$.

2. Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = -(x+1)e^{1-x}$ et $I = \int_0^2 xe^{1-x}dx$.

   Calculer $F'(x)$ et en déduire la valeur de I.

3. On admet que l'expression de la fonction *f* est $f(x) = x^2e^{1-x}$.

   On désigne par $\mathscr{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

   a) En utilisant une intégration par parties, montrer que $\mathscr{A} = -\dfrac{4}{e} + 2I$.

   b) En déduire une valeur approchée de $\mathscr{A}$ par excès à 10^{-2} près.