série n°9 4ème.sc

Exercice1

On donne dans l'espace ξ rapporté à un repère orthonormé directe $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
les points $A(1,1,1)$; $B(-1,2,-1)$; $C(2,3,5)$ et $D(1,0,-1)$

1/a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

c) Déduire les valeurs de $\sin(B\hat{A}C)$ et $\cos(B\hat{A}C)$

d) Calculer l'aire du triangle ABC

2/a) Calculer $(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AD}$

b) En déduire que les points A,B,C et D ne sont pas coplanaires

c) Calculer le volume du parallélépipède déterminé par les vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$

Exercice 2

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
On donne les points $A(1,-4,0)$; $B(4,-1,3)$; $C(4,-4,-3)$ et $D(-2,2,-3)$

1/a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

2/ Calculer l'aire du triangle ABC
3/ Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan ABC
4/a) Vérifier que le volume du tétraèdre ABCD est égale à 27
b) Calculer l'aire du triangle BCD
c) En déduire la distance du point A au plan (BCD)

Exercice3

1/ Soit g la fonction définie par : $g(x)=\dfrac{x^3-x^2-x+5}{(x-1)^2}$

a) Déterminer le domaine de définition D_g ,de g.

b) Déterminer les réels α , β et γ tels que $\forall\ x\in D_g$ on a : $g(x)=\alpha x+\beta+\dfrac{\gamma}{(x-1)^2}$.

2/a) Montrer que g admet une primitive de sur $]1,+\infty[$.

a) Donner une primitive de g sur $]1,+\infty[$

b) En déduire la primitive G de g qui prend la valeur 1 pour x = 2.

Exercice4

Soit f la fonction définie sur IR \ {-2 ; 2} par : $f(x)=\dfrac{3x^2+4}{(x^2-4)^3}$

1) Déterminer deux réels a et b tels que, pour tout x distinct de – 2 et de 2 : $f(x)=\dfrac{a}{(x-2)^3}+\dfrac{b}{(x+2)^3}$

2) En déduire une primitive de f sur]-2 ; 2[.

Exercice5

Soit f la fonction définie sur IR par : f(x) = x sin x.

1) Démontrer que, pour tout réel x : f(x) = 2cos x – f ''(x)
2) En déduire la primitive de f sur IR qui prend la valeur 0 en π