série n°10 4ème.sc

EXERCICE N°1

Choisir la réponse correcte.

1/ La fonction $x \mapsto \tan x - x$ est la primitive qui s'annule en 0 de la fonction

☐ $x \mapsto \tan^2 x$ ☐ $x \mapsto \dfrac{1}{\sin^2 x}$ ☐ $x \mapsto \sin^2 x - 1$

2/ La fonction $x \mapsto \sin x$ est la primitive qui s'annule en 0 de la fonction

☐ $x \mapsto 1 - \cos x$ ☐ $x \mapsto \cos x$ ☐ $x \mapsto \cos x - 1$

3/ La primitive sur $]-1, +\infty[$ de la fonction : $x \mapsto \dfrac{1}{(1-x)^3}$, qui s'annule en 0 est

☐ $x \mapsto \dfrac{1}{2(1-x)^2} + \dfrac{1}{2}$ ☐ $x \mapsto \dfrac{1}{4(1-x)^4} - \dfrac{1}{4}$ ☐ $x \mapsto \dfrac{1}{2(1-x)^2} - \dfrac{1}{2}$

EXERCICE N°2

Soit la fonction f définie sur $[1, +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$

1) Montrer que f admet des primitives sur $[1, +\infty[$
2) Soit F la primitive de f sur $[1, +\infty[$ qui s'annule en 1 .Donner le sens de variation de F.
3) Soit G la fonction définie sur $[0, \dfrac{\pi}{2}[$ par $G(x) = F(\dfrac{1}{\cos x})$.

a)Montrer que G est dérivable sur $[0, \dfrac{\pi}{2}[$ et que $G'(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x} - 1$.

b) En déduire que pour tout $x \in [0, \dfrac{\pi}{2}[$, $G(x) = \tan(x) - x$

c) Calculer $F(\sqrt{2})$ et $F(2)$

4) Soit la fonction h définie sur $]1, +\infty[$ par $h(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ .Déterminer la primitive H de h sur $]1, +\infty[$ qui s'annule en $\sqrt{3}$.

EXERCICE N°3

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points $A(2,-1,1)$; $B(0,-1,-1)$ et $C(-2,0,-1)$

1/a) Montrer que les points A,B et C définissent un plan P

b) Vérifier que le plan P à pour équation : $x + 2y - z + 1 = 0$

2/a) Donner une représentation paramétrique de la droite D passant par A et perpendiculaire à P

b) Calculer la distance δ du point B à la droite D

3/ Déterminer une équation cartésienne du plan Q passant par C et de vecteur normale $\vec{n} = -\vec{i} + \vec{k}$

4/ Déterminer une représentation paramétrique de la droite $D' = P \cap Q$

5/ Montrer que D et D' ne sont pas coplanaires

6/ Donner l'aire du triangle ABC

EXERCICE N°4

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
On donne les points $A(3,2,4);B(0,3,5);C(0,2,1)$ et $D(3,1,0)$

1/a) Montrer que ABCD est un parallélogramme
b) Calculer l'aire du parallélogramme ABCD
c) Donner une équation du plan P contenant le parallélogramme ABCD

2/ Soit le point E tel que $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}$
a) Montrer que la droite (AE) est perpendiculaire au plan P
b) Vérifier que E à pour cordonnées $(2,-2,5)$
c) Calculer le volume du pyramide ABCDE

EXERCICE N°5

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $\begin{cases} f(x)=2x-x\ln x & \text{si } x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un R.O.N $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/a) Montrer que f est continue à droite en 0
b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 ; interpréter graphiquement

2/a) Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et calculer $f'(x)$
b) Dresser le tableau de variation de f.

3/a) Déterminer l'intersection de (ζ_f) avec l'axe des abscisses
b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement

3/ Tracer (ζ_f) dans un R.O.N $(O,\vec{i},\vec{j})$