série n°15 4ème.sc

Exercice N°1

L'espace est rapporté d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On donne les points $A(1,0,0);B(0,0,1)$ et $C(1,-1,1)$

1/a)Déterminer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$. Déduire que les points A, B et C détermine un plan P

b) Vérifier qu'une équation de P est $x+y+z-1=0$

2/ Soit S l'ensemble des points M(x,y,z) de l'espace tels que : $x^2+y^2+z^2-2x-2z+1=0$

a) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon R

b) Montrer que $S\cap P$ est le cercle circonscrit au triangle ABC

3/ a) Calculer le volume du tétraèdre IABC

b) Soit $\alpha\in\mathbb{R}$ et $M(\alpha,0,2-\alpha)$ un point de l'espace

Montrer que, lorsque α décrit $\mathbb{R}$, le volume du tétraèdre MABC reste constant.

Exercice N°2

Dans la feuille annexe la courbe (ζ) représente, dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

Une fonction définie sur $[1,e]$ (l'unité graphique 3 cm)

On suppose que :

* (ζ) admet une demi tangente au point d'abscisse 1, passant par le point (2 ; -0.5)
* (ζ) admet une demie tangente verticale au point d'abscisse **e**

1/ Donner par lecture graphique

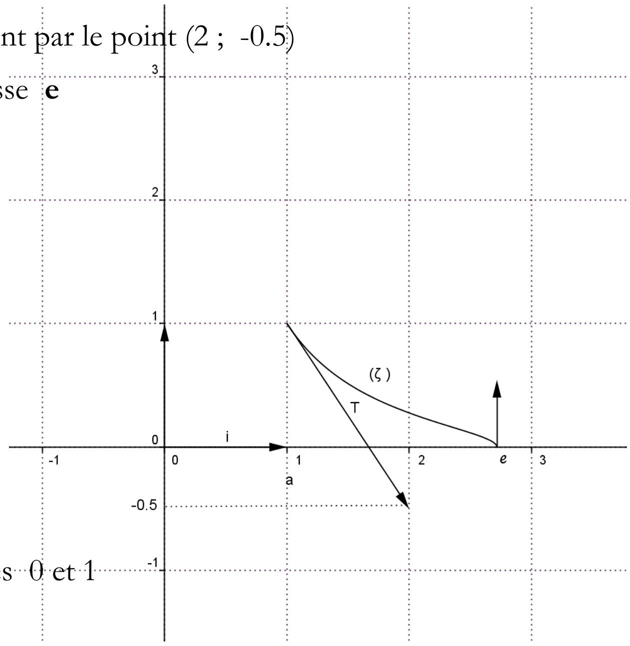
$f(1)$; $f(e)$; $f'_d(1)$ et $\lim\limits_{x\to e^-}\dfrac{f(x)}{x-e}$

b)Le sens de variation de f sur $[1,e]$

2/a) Montrer que f réalise une bijection de $[1,e]$ sur un intervalle J à préciser

b) Soit (ζ') la courbe représentative de la fonction réciproque de f dans le repère $(o,\vec{i},\vec{j})$

Tracer (ζ') en précisant les demi-tangentes aux points d'abscisses 0 et 1



3/ On suppose que pour tout réel x de $[1,e]$, $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-\ln(x)}}{x}$

Soit F la fonction définie sur $[1,e]$ par $F(x)=-\dfrac{2}{3}(1-\ln(x))\sqrt{1-\ln(x)}$

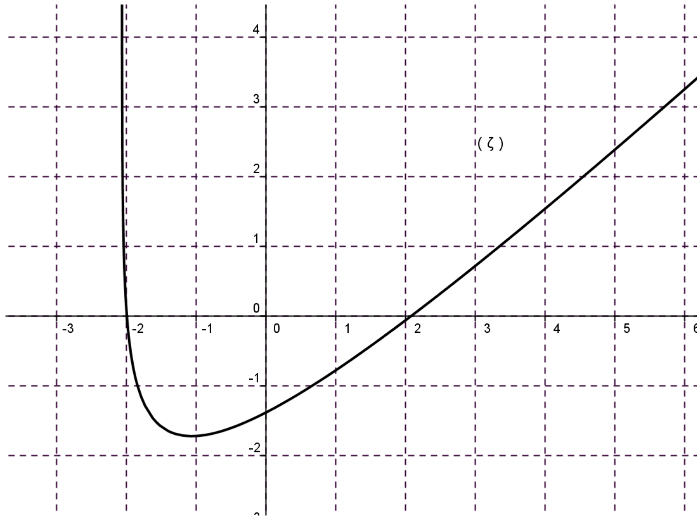
a) Montrer que F est une primitive de f sur $[1,e]$

b) Calculer en cm^2 l'aire A_1 du domaine limité par (ζ), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives x = 1 et x =e

c) En déduire en cm^2, l'aire A_2 du domaine limité par les deux courbes (ζ) et (ζ') et les deux axes des coordonnées

Exercice N°3:

La courbe (ζ) représente, dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ une fonction f définie



Répondre Par vrai ou faux

1/ $\int_{-1}^{4} f(x)\,dx < 0$ ……………

2/ $4 < \int_{-2}^{2} -f(x)\,dx < 6$ ……………

3/ $\int_{5}^{3} f(x)\,dx > 0$ ……………

4/ On désigne par $\bar{f}$ la valeur moyenne de f sur $[2,4]$ on a alors : $\frac{1}{2} \leq \bar{f} \leq 1$ ………………

Exercice N°4

1/Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$; $x \neq -1$ et (ζ_f) sa courbe représentative dans un R.O.N

a) Montrer que pour tout $x \neq -1$: $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x+1}$

b) En déduire $I = \int_{0}^{1} f(x)\,dx$. Donner une interprétation graphique de I

2/a) Montrer que pour tout $x \in IR$: $\frac{e^{2x}}{e^x+1} = e^x - \frac{e^x}{e^x+1}$

b) Calculer $J = \int_{0}^{1} \frac{e^{2x}}{e^x+1}\,dx$

c) Calculer à l'aide d'une intégration par partie : $K = \int_{0}^{1} e^x \ln(e^x+1)\,dx$

EXERCICE N°5

1/ Montrer en intégrant par partie que $\int_0^{\pi/2} x\cos(2x)\,dx = -\frac{1}{2}$

2/ On donne $A = \int_0^{\pi/2} x\cos^2(x)\,dx$ et $B = \int_0^{\pi/2} x\sin^2(x)\,dx$

a) Calculer A + B et A – B (Indication $\cos^2(a) - \sin^2(a) = \cos(2a)$)

b) Déduire les valeurs de A et B

3/ Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x}\cos(x)$

On donne $C = \left\{ M(x,y) \text{ tel que } y = f(x) \text{ et } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right\}$

Calculer le volume V du solide de révolution engendré par la rotation de C autour de l'axe des abscisses