Exercice n°1 :

1) Soit l'équation (E): $z^3-(4+i)z^2+(7+i)z-4=0$.
a) Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle z_0 que l'on déterminera.
b) Résoudre alors l'équation (E). on notera z_1 , z_2 les deux autres racines avec $|z_1|>|z_2|$.
2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$; on considère les
points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2.
a) Ecrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
b) Déterminer le module et un argument du nombre complexe $\frac{z_1}{z_2}$
c) En déduire que le triangle OAB est rectangle en O.
3/ a) Ecrire sous forme algébrique et sous forme trigonométrique le nombre complexe $e^{2i\frac{\pi}{3}}z_1$
b) en déduire que $\cos\frac{11\pi}{12}=-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ et $\sin\frac{11\pi}{12}=\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

Exercice n°2 :

1) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) $z^2-z+1=0$.
b)Mettre les solutions sous forme exponentielle.
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^4-z^2+1=0$.
3) Soit $\theta\in]0,\frac{\pi}{2}[$,Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-(2\cos\theta)z+1=0$.
4) On pose $f(z)=z^3-(i+2\cos\theta)z^2+(1+2i\cos\theta)z-i$.
Calculer $f(i)$ puis résoudre $f(z)=0$.
5) Dans le plan P muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on considère les points A, M et N
d'affixes respectives : i ; $e^{i\theta}$ et $i+e^{i\theta}$.
a) Montrer que le quadrilatère OAMN est un losange.
b) Déterminer le réel θ pour que l'aire du losange OAMN soit égale à $\frac{1}{2}$
6) Mettre l'affixe du point N sous forme exponentielle.

Exercice n°3 :

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2+2(1-2i)z-2+4i=0$.
2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $-1+i$; $-1+3i$ et $i+e^{i\theta}$ avec $\theta\in[0,\pi]$.
a) Vérifier que pour $\theta=0$, le triangle ABC est rectangle et isocèle en A.
b) Déterminer alors l'affixe du point D pour que ABDC soit un carré.
3) Déterminer la forme exponentielle de z_C .
4) Soit E(i),à tout point $M(z\neq i)$ on associe le point $M'(z')$ tel que $z'=f(z)=\frac{iz+1+i}{z-i}$
a) Déterminer en fonction de θ l'affixe du point $C'=f(C)$.
b) En déduire la valeur de θ pour que $C=C'$.

Exercice n°4 :

I)Soit un réel $\theta\in]0,\pi[$.
1) Résoudre dans l'équation (E): $z^2-(3+e^{2i\theta})z+2(1+e^{2i\theta})=0$.
2) Soit dans l'équation (E'):$z^3-(4+e^{2i\theta})z^2+(5+3e^{2i\theta})z-2(1+e^{2i\theta})=0$.
a) Vérifier que 1 est une solution de (E').
b) Résoudre alors l'équation (E').

II) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct$(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère les points A d'affixe 1, B d'affixe 2 et M d'affixe $z=1+e^{2i\theta}$; $\theta \in]0,\pi[$.

1) Ecrire z sous forme exponentielle.

2) a) Montrer que M appartient au cercle $C_{(A,1)}$.

b) Déterminer l'ensemble E={M tel que θ décrit $]0,\pi[$.}

<u>Exercice n°5 :</u>

1) Résoudre dans C : $z^2+(6+5i)z+2+16i=0$

2) Soit $f(z) = z^3+2(3+2i)z^2+(7+10i)z+16-2i$

a) Déterminer le nombre complexe a tel que, pour tout nombre complexe z on a:

$f(z)= (z-a)(z^2+(6+5i)z+2+16i)$

b) Résoudre alors l'équation $f(z)=0$.

3) Dans le plan P complexe rapporté un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$;on considère les points A(i), B(-4-2i) et C(-2-3i) et on désigne par z_I l'affixe du point I milieu de [AC].

a) Représenter les points A, B, C et I

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle.

4) a) Construire les points D et E tels que BAD et BEC soient des triangles directs rectangles et isocèles en B.

b) en déduire les affixes respective z_D et z_E des points D et E .

<u>Exercice n°6 :</u>

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :$z^2+3z+1=0$

2) Soit l'équation Ⓔ :$z^3+(\sqrt{3}-i)z^2+(1-i\sqrt{3})z-i=0$

a) Montrer que i est une solution de Ⓔ.

b) Déterminer deux nombres complexes d et c tel que :

$z^3+(\sqrt{3}-i)z^2+(1-i\sqrt{3})z-i=(z-i)(z^2+az+b)$. .

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation Ⓔ.

3) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

On considère les points A, B et C d'affixes respectives :$z_A=i$; $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ et

$z_B==-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

Vérifier que A, B et C sont situés sur le cercle trigonométrique.

<u>Exercice n°7 :</u>

1) *Soit l'équation (E) :$z^3-(3+4i)z^2-4(1-3i)z+12=0$*
   a) *Montrer que (E) possède une solution réelle que l'on déterminera.*
   b) *Résoudre alors l'équation (E).*
2) *Soit l'équation (E) : $z^3-(2+2i)z^2+(2+i)z+3+i=0$*
   a) *Montrer que (E) possède une solution imaginaire pur que l'on déterminera*
   b) *Résoudre alors l'équation (E).*
   c) *Mettre les solutions de (E) sous forme exponentielle*