

Proposé par :Oueslati Aymen

Exercice 1

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct.

ABCDEFGH est le cube représenté ci-contre.

Son arête a pour longueur 1.

Le centre de la face ABCD est le point I.

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

1) a) Déterminer $\overline{BC} \wedge \overline{BA}$.

b) En déduire l'ensemble (E) des points M de l'espace tels que : $(\overline{BC} \wedge \overline{BA}) \wedge \overline{BM} = \vec{0}$

c) Déterminer l'ensemble (F) des points M de l'espace tels que : $(\overline{BC} \wedge \overline{BA}) \cdot \overline{BM} = 0$.

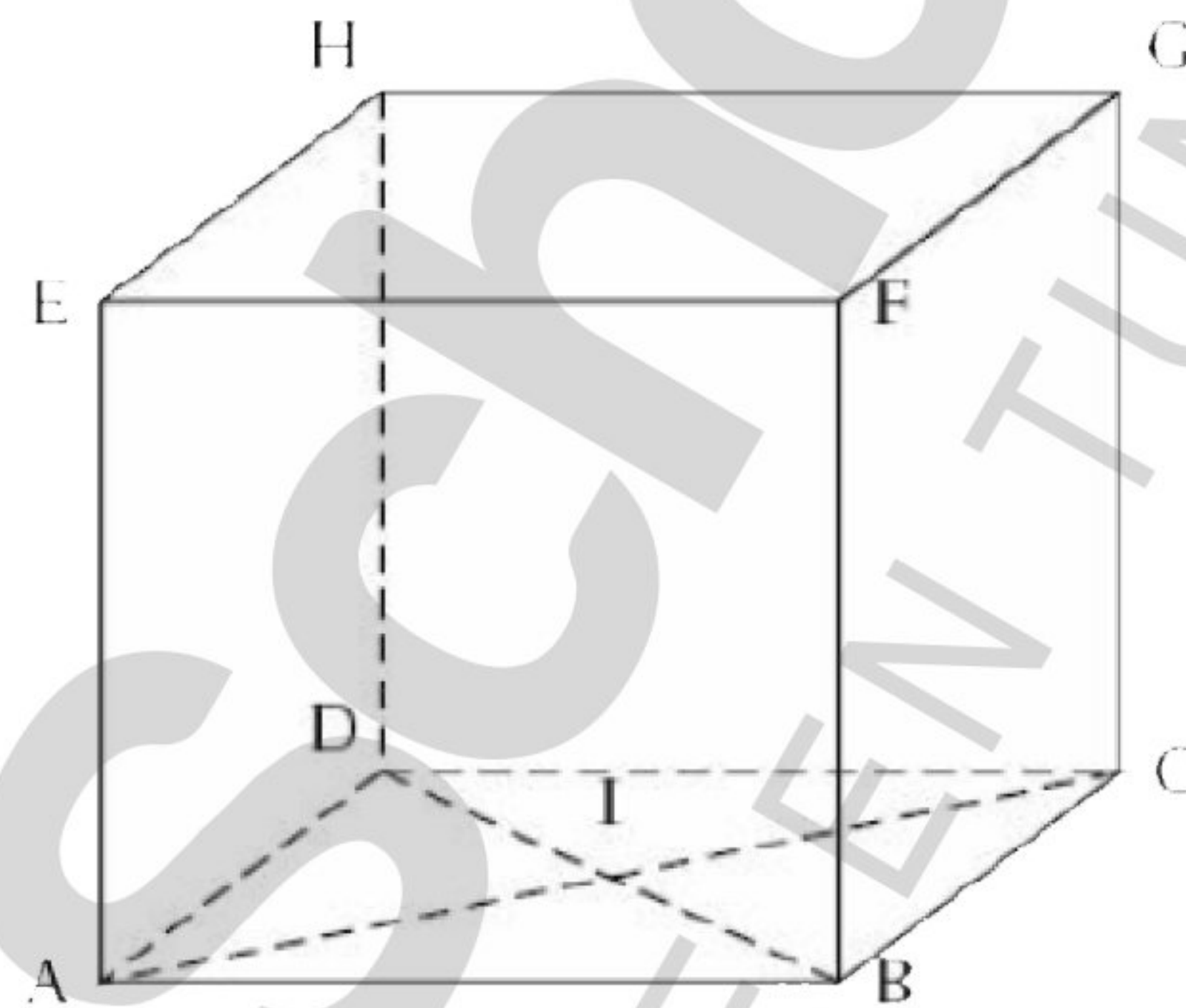
2) On appelle P le barycentre du système $\{(A, 2) : (C, -1)\}$.

a) Montrer que P est le symétrique de C par rapport à A.

b) Soit (G) l'ensemble des points M de l'espace tels que : $\|2\overline{MA} - \overline{MC}\| = \|-\overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC}\|$

Déterminer l'ensemble (G).

Montrer que le point A appartient à l'ensemble (G).

**Exercice 2**

L'espace est rapporté au repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère le plan P d'équation $2x + y - 2z + 4 = 0$ et les points A de coordonnées $(3, 2, 6)$, B de coordonnées $(1, 2, 4)$ et C de coordonnées $(4, -2, 5)$.

1. a. Vérifier que les points A, B et C définissent un plan.

b. Vérifier que ce plan est P.

2. a. Montrer que le triangle ABC est rectangle.

b. Ecrire un système d'équations paramétriques de la droite Δ passant par O et perpendiculaire au plan P.

c. Soit K le projeté orthogonal de O sur P. Calculer la distance OK.



d. Calculer le volume du tétraèdre $OABC$.

3. On considère dans cette question le point G barycentre du système de points pondérés

$$S = \{(O, 3), (A, 1), (B, 1), (C, 1)\}.$$

a. On note I le centre de gravité du triangle ABC . Montrer que G appartient à (OI) .

b. Déterminer la distance de G au plan P .

4. Soit Γ l'ensemble des points M de l'espace vérifiant $\|3\overline{MO} + \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = 5$. Déterminer Γ . Quelle est la nature de l'ensemble des points communs à P et Γ ?

Exercice 3

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ et $C(0, 0, 3)$.

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$.

b) En déduire qu'une équation du plan (ABC) est $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

2) Soit I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$.

On désigne par Δ la droite passant par I et de vecteur directeur \vec{k} et par Δ' la droite passant par J et de vecteur directeur \vec{j} .

a) Donner une représentation paramétrique de chacune des droites Δ et Δ' .

b) En déduire que Δ et Δ' sont sécantes au point $\Omega \left(\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2} \right)$.

3) Soit (S) la sphère de centre Ω et passant par O .

a) Vérifier que (S) passe par les points A , B et C .

b) En déduire le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC .

Exercice 4

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. S désigne l'ensemble des points M dont les

coordonnées (x, y, z) dans ce repère vérifient :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 10y + 6z - 6 = 0.$$

1°) Quelle est la nature de l'ensemble S ? Préciser ses caractéristiques.

2°) Soit P le plan d'équation : $-x + y + z + 4 = 0$.

a) Montrer que P et S sont sécants suivant un cercle C ?

b) Déterminer les coordonnées du centre I et le rayon R du cercle C ?

3°) Montrer que l'intersection de C et du plan P' d'équation $z + 3 = 0$ se compose de deux points A et B dont on calculera les coordonnées.

4°) Montrer qu'il existe un point E appartenant à C tel que ABE soit un triangle équilatéral. On calculera les coordonnées de E .



Exercice 5

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère le plan P d'équation : $x + y - z - 1 = 0$ et la droite $(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = 1 - \alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$

1°) Montrer que (Δ) est contenue dans P.

2°) Ecrire une équation du plan Q perpendiculaire à P et contenant la droite (Δ) .

3°) Soit S la sphère de centre $I(3, 1, 0)$ et de rayon $R = \sqrt{3}$.

a) Ecrire une équation cartésienne de S.

b) Montrer que S et P sont tangente et déterminer les coordonnées de leur point de contact E.

c) Montrer que S et Q sont sécants et caractériser $S \cap Q$.

4°) Déduire la distance de I à (Δ) .

5°) On considère la famille des plans $(P_m) : x + y - z + m - 2 = 0$; m étant un paramètre réel.

Etudier suivant le paramètre m la position de (P_m) et S.

Exercice 6

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les plan $(P_m) : 2x + 2y - z + m = 0$; où m un paramètre réel et les points

$A(3, -2, -1)$ $B(-1, 2, -1)$.

1°) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de diamètre $[AB]$.

Déterminer son rayon R et les coordonnées de son centre I.

2°) Déterminer les réel m pour lesquels (P_m) est tangent à S.

3°) Déterminer une équation cartésienne du plan (P') perpendiculaire à (P_m) contenant la droite (AB) .

4°) Soit Q le plan parallèle à (P_m) et contenant le point $C(0, 0, 1)$.

a) Déterminer une équation cartésienne de Q.

b) Donner la position relative de Q et S.

c) Caractériser $Q \cap S$.



Exercice 7

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points

$A(2, -1, 1)$; $B(1, -1, 2)$ et $C(3, 1, 0)$.

1°) Calculer les coordonnées des vecteurs \overline{AB} et \overline{AC} puis montrer que A, B et C ne sont pas alignés.

2°) a) Montrer que le plan P passant par A, B et C a pour équation : $x + z - 3 = 0$

b) Montrer que le plan P' médiateur de [BC] a pour équation : $x + y - z - 1 = 0$

c) Montrer que P et P' sont perpendiculaires.

3°) Calculer la distance du points O à chacun des plans P et P' puis déduire la distance de O à la droite Δ intersection de P et P'.

4°) a) trouver une représentation paramétrique de Δ

b) Trouver une équation cartésienne du plan Q passant par O et perpendiculaire à P et P'.

c) Calculer les coordonnées du point H projeté orthogonal de O sur Δ puis retrouver la distance de O à Δ .

Exercice 1

Correction

1) a) $\overline{BC} \wedge \overline{BA} = \overline{BF}$

b) $M \in (E) \Leftrightarrow (\overline{BC} \wedge \overline{BA}) \wedge \overline{BM} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{BF} \wedge \overline{BM} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{BF}$ et \overline{BM} sont colinéaires $\Leftrightarrow M \in (BF)$.

c) $M \in (F) \Leftrightarrow (\overline{BC} \wedge \overline{BA}) \cdot \overline{BM} = 0 \Leftrightarrow \overline{BF} \cdot \overline{BM} = 0 \Leftrightarrow M$ appartient au plan passant par B et ayant pour vecteur normal $\overline{BF} \Leftrightarrow M \in (ABC)$.

2) a) $2\overline{PA} - \overline{PC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{PA} - \overline{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overline{PA} = \overline{AC} \Leftrightarrow A$ est le milieu de [PC] $\Leftrightarrow P$ est le symétrique de C par rapport à A.

b) $M \in (G) \Leftrightarrow \|2\overline{MA} - \overline{MC}\| = \|-\overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC}\| \Leftrightarrow$

$\|\overline{MP}\| = \|2(\overline{MB} - \overline{MI})\| \Leftrightarrow \|\overline{MP}\| = 2\|\overline{IB}\| \Leftrightarrow PM = BD = AC = \sqrt{2} \Leftrightarrow M \in S_{(P, \sqrt{2})}$: la sphère de centre

P et de rayon $\sqrt{2}$.

c) $PA = AC = \sqrt{2} \Rightarrow A \in (G)$.



Exercice 2

1. a) $\overline{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overline{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires $\left(\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = 8 \neq 0 \right) \Rightarrow A, B$ et C ne sont pas

alignés $\Rightarrow A, B$ et C déterminent un plan.

b) On vérifie que les coordonnées de chacun des points A, B et C vérifient l'équation $2x + y - 2z + 4 = 0 \Rightarrow P = (ABC)$.

2. a) $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -2 \times 1 + 0 \times (-4) + (-2) \times (-1) = 0 \Rightarrow ABC$ est un triangle rectangle en A .

b) Δ est la perpendiculaire à P passant par $O \Rightarrow \vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ vecteur normal de P est directeur de Δ

$$\Rightarrow \Delta : \begin{cases} x = 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = -2\alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$$

c) Soit K le projeté orthogonal de O sur P

$$OK = d(O, P) = \frac{|2 \times 0 + 0 - 2 \times 0 + 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{3}$$

d) $\mathcal{V}(OABC) = \frac{1}{3} \times A(ABC) \times OK = \frac{1}{3} \times \frac{AB \times AC}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times 4}{3 \times 2 \times 3} = \frac{8}{3}$

Autrement : $\mathcal{V}(OABC) = \frac{1}{6} |(\overline{AB} \wedge \overline{AC}) \cdot \overline{AO}|$

Où $\overline{AB} \wedge \overline{AC} \begin{pmatrix} -8 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{V}(OABC) = \frac{1}{6} |-8 \times (-3) + (-4) \times (-2) + 8 \times (-6)| = \frac{1}{6} \times 16 = \frac{8}{3}$

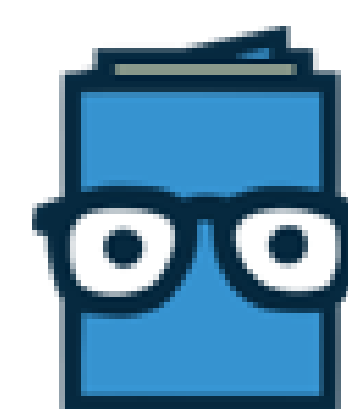
3. G barycentre du système de points pondérés $S = \{(O, 3), (A, 1), (B, 1), (C, 1)\}$

$$\Leftrightarrow 3\overline{GO} + \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0} \quad (1)$$

a) I est le centre de gravité du triangle $ABC \Rightarrow \overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} = \vec{0}$

En intercalant le point I dans (1), on obtient : $3\overline{GO} + 3\overline{GI} = \vec{0} \Rightarrow \overline{GO} + \overline{GI} = \vec{0}$

$\Rightarrow G$ est le milieu de $[OI] \Rightarrow G \in (OI)$.



b) $d(G, P) = ?$

$$I\left(\frac{3+1+4}{3}, \frac{2+2-2}{3}, \frac{6+4+5}{3}\right) \Rightarrow I\left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}, 5\right)$$

G est le milieu de [OI] $\Rightarrow G\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}, \frac{5}{2}\right)$

$$\Rightarrow d(G, P) = \frac{\left|2 \times \frac{4}{3} + \frac{1}{3} - 2 \times \frac{5}{2} + 4\right|}{3} = \frac{2}{3}$$

4. $\|3\overline{MO} + \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = 5 \Leftrightarrow \|6\overline{MG}\| = 5 \Leftrightarrow GM = \frac{5}{6} \Leftrightarrow M \in S_{\left(G, \frac{5}{6}\right)}$: la sphère de centre G et de

rayon $\frac{5}{6}$.

$d(G, P) = \frac{2}{3} < \frac{5}{6} \Rightarrow \Gamma \cap P$ est un cercle de centre le point H projeté orthogonal de G sur P et de

rayon $r = \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{36}} = \frac{1}{2}$.

Exercice 3 à faire

Exercice 4

1°) a) On a : $M(x, y, z) \in S \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 10y + 6z - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+5)^2 + (z+3)^2 = 49$$

S est donc la sphère de centre $I(3, -5, -3)$ et de rayon $R = \sqrt{49} = 7$.

2°) a) Pour connaître la nature de l'intersection de P et de S, il suffit de comparer la distance de I au plan P et le rayon R de la sphère.

La distance de I et P est égale à $d(I, H)$ où H est la projeté orthogonal du point I sur le plan P

$$d(I, P) = \frac{|-x_0 + y_0 + z_0 + 4|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{|-3 - 5 - 3 + 4|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{7}{\sqrt{3}} < 7 = R$$

la distance de I au plan P étant strictement inférieure au rayon de la sphère, l'intersection de P et S est un cercle C dont le centre est H projeté orthogonal de I sur P et de rayon r.

Le vecteur \vec{N} de composantes $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ étant un vecteur normal de P :

Le point $H(x, y, z)$ vérifie :

$$\begin{cases} \overline{IH} = \lambda \vec{N}, \lambda \in \mathbb{R} \\ H \in P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \lambda & (1) \\ y = -5 + \lambda & (2) \\ z = -3 + \lambda & (3) \\ -x + y + z + 4 = 0 & (4) \end{cases}$$



(4) donne : $-3 + \lambda - 5 + \lambda - 3 + \lambda + 4 = 0$ nous en déduisons $\lambda = \frac{7}{3}$ d'où : $H\left(\frac{2}{3}, -\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

On vérifie que $d(I, P) = IH$

$$\text{On a : } \|\overline{IH}\|^2 = \left(\frac{2}{3} - 3\right)^2 + \left(-\frac{8}{3} + 5\right)^2 + \left(-\frac{2}{3} + 3\right)^2 = \frac{49}{3} \Leftrightarrow IH = \frac{7}{\sqrt{3}}$$

b) Pour calculer le rayon r du cercle C , on peut considérer un point M appartenant au cercle.

Le triangle MIH est rectangle en H .

Le théorème de Pythagore donne donc $HM^2 + HI^2 = IM^2$

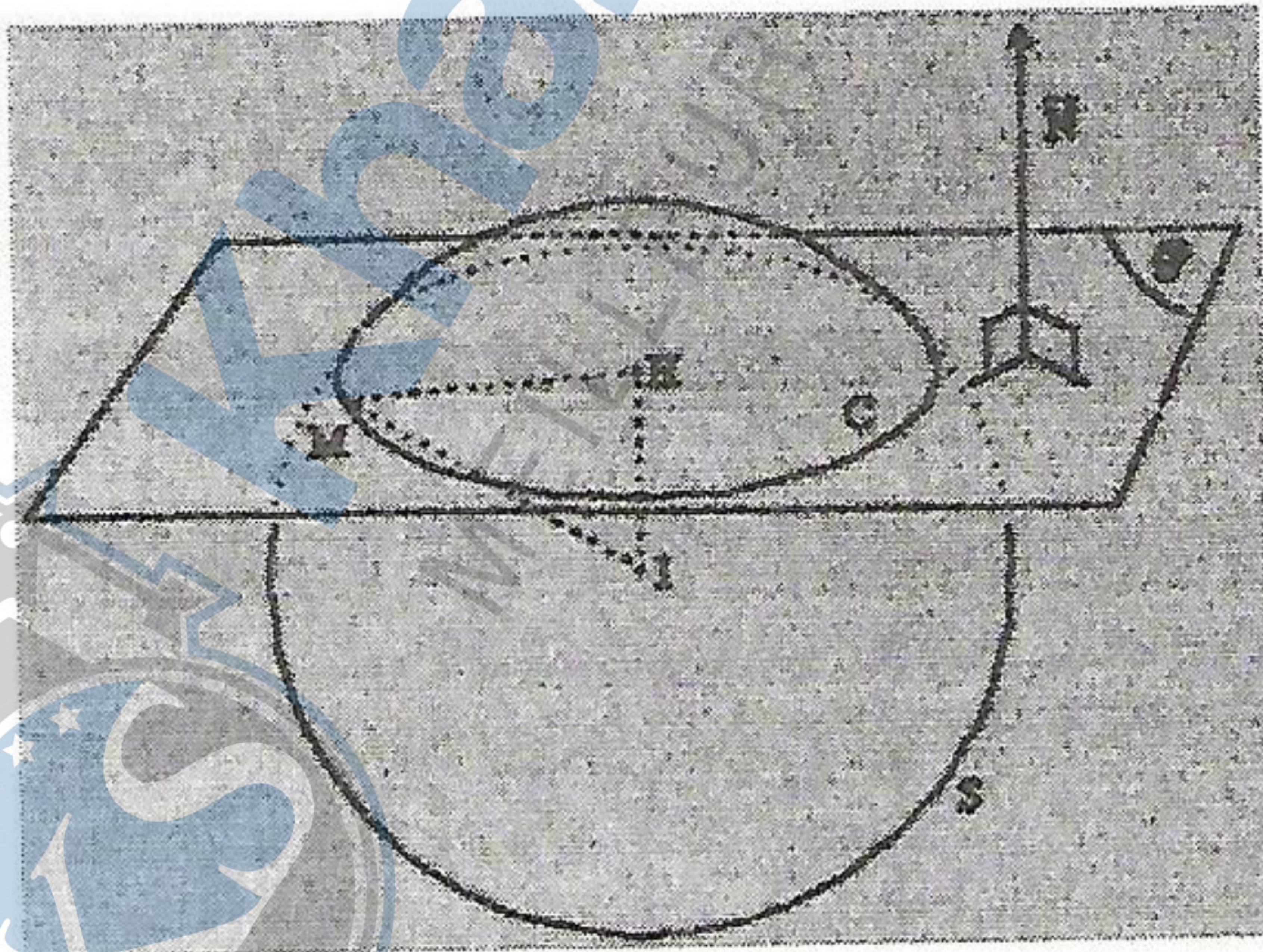
soit :

$$r^2 + HI^2 = R^2$$

Donc

$$r^2 = 49 - \frac{49}{3} = \frac{2}{3} \cdot 49.$$

$$\text{On peut calculer : } r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{49 - \frac{49}{3}} = \sqrt{2 \times \frac{49}{3}} = 7\sqrt{\frac{2}{3}}$$



3°) Soit M appartenant à l'intersection de C et de P' . Ses coordonnées (x, y, z) vérifient :



$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 10y + 6z = 6 \\ -x + y + z = -4 \\ z = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (x-1)^2 + (-3)^2 - 6x + 10(x-1) + 6(-3) = 6 \\ y = x - 1 \\ z = -3 \end{cases}$$

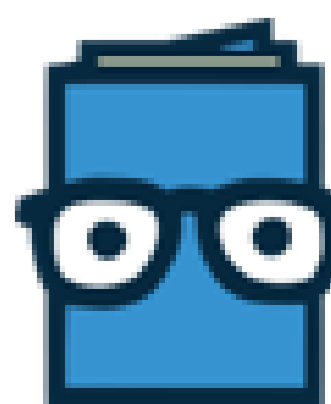
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 2x - 24 = 0 \\ y = x - 1 \\ z = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 12 = 0 \\ y = x - 1 \\ z = -3 \end{cases}$$

Le discriminant de l'équation du second degré $x^2 + x - 12 = 0$ est $\Delta = 49 = 7^2$.

L'équation admet deux solutions : $x_1 = \frac{-1-7}{2} = -4$ et $x_2 = \frac{-1+7}{2} = 3$.

Nous en déduisons que l'intersection de C et de P' sont les points : A(-4, -5, -3) et B(3, 2, -3).

Exercice 5 à faire



Exercice 6

1°) On a : $A(3, -2, -1)$ $B(-1, 2, -1)$ deux points de l'espace ξ .

Soit S la sphère de diamètre $[AB]$.

1^{ère} méthode :

$$M(x, y, z) \in S \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \quad ; \quad \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x-3 \\ y+2 \\ z+1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} x+1 \\ y-2 \\ z+1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+1) + (y+2)(y-2) + (z+1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 6 = 0$$

Soit : $S : (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$ une équation cartésienne de S .

S est de centre $I(1, 0, -1)$ et de rayon $R = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

2^{ème} méthode :

le centre de la sphère S de diamètre $[AB]$ est le point I milieu de $[AB]$, et de rayon $R = \frac{AB}{2}$.

$$\text{On a : } I \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2} \right) \text{ d'où : } I(1, 0, -1)$$

$$\text{et } AB = \sqrt{(-1-3)^2 + (2+2)^2 + (-1+1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ d'où } R = 2\sqrt{2}$$

$$S(I, R) : (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$$

2°) On a le plan $(P_m) : 2x + 2y - z + m = 0$; m étant un paramètre réel.



(P_m) est tangent à $S \Leftrightarrow d(I, P_m) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2+1+m|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow |m+3| = 6\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow m+3 = 6\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad m+3 = -6\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow m = -3 + 6\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad m = -3 - 6\sqrt{2}$$

3°) Soit P' le plan perpendiculaire à (P_m) et contenant la droite (AB) .

Le plan P' est perpendiculaire à (P_m) donc le vecteur normal $\vec{N} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ de (P_m) est un vecteur

directeur de P' .

La droite (AB) est contenue dans P' donc le vecteur directeur $\vec{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ de (AB) est un

vecteur directeur de P' .

Les vecteurs \vec{N} et \vec{AB} ne sont pas colinéaires donc (\vec{N}, \vec{AB}) est une base de P' .

Si on pose : $\vec{N}' \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ un vecteur normal du plan P' alors on a :

C'est une autre méthode comme vous pouvez utiliser une formule directe pour Bac science 😊 le reste à faire

Exercice 7

On a : $A(2, -1, 1)$; $B(1, -1, 2)$ et $C(3, 1, 0)$.

1°) $\vec{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Le déterminant $\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = (-1) \times 2 - 0 \times 1 = -2 \neq 0$ donc les vecteurs

\vec{AB} et \vec{AC} ne sont pas colinéaires et les points A ; B et C ne sont pas alignés.

2-a) à faire formule de cours



b) Soit P' le plan médiateur de $[BC]$.

Le vecteur : $\overline{BC} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P' donc une équation cartésienne de P' est :

$P' : 2x + 2y - 2z + d = 0$; on obtient d par un point de P' :

On a : le milieu I de $[BC]$ est un point du plan médiateur de $[BC] : I \left(\frac{1+3}{2}, \frac{-1+1}{2}, \frac{2+0}{2} \right)$

D'où $I(2, 0, 1) \in P' \Leftrightarrow 4 + 0 - 2 + d = 0 \Leftrightarrow d = -2$

On obtient : $P' : 2x + 2y - 2z - 2 = 0$ soit $P' : x + y - z - 1 = 0$

c) On a : $\overline{N} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ un vecteur normal à P et $\overline{N}' \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ un vecteur normal à P' .

$\overline{N} \cdot \overline{N}' = 1 \times 1 + 0 \times 1 + 1 \times (-1) = 1 + 0 - 1 = 0$ donc \overline{N} et \overline{N}' sont orthogonaux ce qui signifie que P et P' sont perpendiculaires.

$$3^\circ) d(O, P) = \frac{|-3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad d(O, P') = \frac{|-1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$D'où : d^2(O, \Delta) = d^2(O, P) + d^2(O, P') \Leftrightarrow d^2(O, \Delta) = \frac{9}{2} + \frac{1}{3} = \frac{29}{6} \Leftrightarrow d(O, \Delta) = \sqrt{\frac{29}{6}}$$

$$4^\circ) a) M(x, y, z) \in \Delta = P \cap P' \Leftrightarrow \begin{cases} M \in P \\ M \in P' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + z - 3 = 0 \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \alpha \\ y = -2 + 2\alpha \\ z = \alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}.$$

$$D'où une représentation paramétrique de Δ est : $\begin{cases} x = 3 - \alpha \\ y = -2 + 2\alpha \\ z = \alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$$$

b) à faire 😊

c) On a : $\begin{cases} Q \perp P \\ Q \perp P' \\ P \cap P' = \Delta \end{cases}$ donc $\Delta \perp Q$.

On a : H le projeté orthogonale de O sur Δ donc $(OH) \perp \Delta$



$$\text{D'où : } \begin{cases} \Delta \perp Q \\ \Delta \perp (OH) \\ O \in Q \end{cases} \Rightarrow H \in Q.$$

Le point H est le point d'intersection de Δ et Q.

$$\text{Si H est le point de coordonnées : } (x, y, z) \text{ On déduit : } \begin{cases} H \in \Delta \\ H \in Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \alpha & (1) \\ y = -2 + 2\alpha & (2) \\ z = \alpha & (3) \\ -x + 2y + z = 0 & (4) \end{cases}$$

$$(4) \text{ donne : } -3 + \alpha + 2(-2 + 2\alpha) + \alpha = 0 \Leftrightarrow 6\alpha = 7 \Leftrightarrow \alpha = \frac{7}{6}$$

$$(1) \text{ donne : } x = 3 - \frac{7}{6} = \frac{11}{6}; (2) \text{ donne : } y = -2 + 2 \times \frac{7}{6} = \frac{1}{3}; (3) \text{ donne : } z = \frac{7}{6} \text{ donc } H\left(\frac{11}{6}, \frac{1}{3}, \frac{7}{6}\right).$$

$$\text{D'où } d(O, \Delta) = OH = \sqrt{\left(\frac{11}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{7}{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{174}{36}} = \sqrt{\frac{29}{6}}.$$

