REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTREDE L'EDUCATION ®®®®®®® ENS : MAB / SALAH Num : 22427502	Epreuve : Mathématiques Section : SCIENCES ET ECH SERIE n° :13 — DURE : 3H Chapitre n°1 : SERIE DE REVISION13

EXERCICE N°1 : (4 points)

Une entreprise fabrique des lecteurs MP3, dont 6 % sont défectueux.
Chaque lecteur MP3 est soumis à une unité de contrôle dont la fiabilité n'est pas parfaite.
Cette unité de contrôle rejette 98 % des lecteurs MP3 défectueux et 5 % des lecteurs MP3 fonctionnant correctement.
On note :

- D l'événement : « le lecteur MP3 est défectueux » ;
- R l'événement : « l'unité de contrôle rejette le lecteur MP3 ».

1. Faire un arbre pondéré sur lequel on indiquera les données qui précèdent.
2. a. Calculer la probabilité que le lecteur soit défectueux et ne soit pas rejeté.

   b. On dit qu'il y a une erreur de contrôle lorsque le lecteur MP3 est rejeté alors qu'il n'est pas défectueux, ou qu'il n'est pas rejeté alors qu'il est défectueux.
   Calculer la probabilité qu'il y ait une erreur de contrôle.
3. Montrer que la probabilité qu'un lecteur MP3 ne soit pas rejeté est égale à 0,894 2.
4. Quatre contrôles successifs indépendants sont maintenant réalisés pour savoir si un lecteur MP3 peut être commercialisé.
   Un lecteur MP3 est :
   - commercialisé avec le logo de l'entreprise s'il subit avec succès les quatre contrôles successifs ;
   - détruit s'il est rejeté au moins deux fois ;
   - commercialisé sans le logo sinon.

   Le coût de fabrication d'un lecteur MP3 s'élève à 50 €.
   Son prix de vente est de 120 € pour un lecteur avec logo et 60 € pour un lecteur sans logo.
   On désigne par G la variable aléatoire qui, à chaque lecteur MP3 fabriqué, associe le gain algébrique en euros (éventuellement négatif) réalisé par l'entreprise.

   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire G.

   b. Calculer à 10^{-2} près l'espérance mathématique de G. Donner une interprétation de ce résultat.

EXERCICE N°2 : **(6poitns)**

5. Un nouvel ajustement de type exponentiel semble alors plus adapté.
   a) Recopier et compléter le tableau suivant sachant que $z = \ln y$. Les résultats seront arrondis au centième.

x_i	1	2	3	4	5
$z_i = \ln y_i$	3,35	...	...	...	...

   b) Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice on donnera les arrondis des coefficients à 10^{-2}.

   c) En déduire y en fonction de x

   d) Estimer alors à l'aide de ce nouvel ajustement, la consommation des ménages de cette ville en **2016 et Conclure .**

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années. Le rang $x_1 = 1$ est donné pour l'année 2009. La consommation est exprimée en milliers de dinars.

Année	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
Consommation en milliers de dinars y_i	28,5	35	52	70,5	100,5

1. Représenter le nuage de points Pi $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal du plan (on prendra 1cm comme unité en abscisses et 1cm pour 10 000 Dinars en ordonnées).
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage ; le placer dans le repère précédent.
3. On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite D d'équation $y = 12{,}5x + b$ qui passe par le point G.
   a) Déterminer la valeur de b.
   b) Tracer la droite D dans le repère précédent.
4. Déterminer, à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation estimée des ménages de cette ville en **2016**

EXERCICE N°03 : **(4poitns)**

L'espace est muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$) . on considère les points A (0 ; 1 ; 3) ; B (1 ; - 1 ; 0)

et le point C (2 ; 1 ; 4) .

1°) a) Montrer que les points A ; B et C ne sont pas alignes

b)Déterminer une équation du plan P passant par les points A ; B et C

a) Déterminer suivant les valeurs de m la nature de l'ensemble E_m ; préciser les éléments caractéristiques

b) Pour $m \in]1 ; 3[$. Montrer que (E_m) est une sphère de centre I à déterminer et de rayon $R \leq 1$.

c) Déterminer l'ensemble d'intersection de (E_2) et le plan P .

EXERCICE N°04 : (6 points)

Les parties B et C sont indépendantes.

On note **R** l'ensemble des nombres réels et on considère la fonction f définie sur **R** par

$$f(x) = xe^{x-1} + 1.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Partie A : étude de la fonction

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
   Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

2. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

3. On admet que f est dérivable sur **R**, et on note f' sa fonction dérivée.
   Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = (x+1)e^{x-1}$.

4. Étudier les variations de f sur **R** et dresser son tableau de variation sur **R**.

Partie B : recherche d'une tangente particulière

Soit a un réel strictement positif. Le but de cette partie est de rechercher s'il existe une tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a, qui passe par l'origine du repère.

1. On appelle T_a la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a. Donner une équation de T_a.

2. Démontrer qu'une tangente à $\mathscr{C}$ en un point d'abscisse a strictement positive passe par l'origine du repère si et seulement si a vérifie l'égalité
$$1 - a^2e^{a-1} = 0.$$

3. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Démontrer que 1 est l'unique solution sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ de l'équation
$$1 - x^2e^{x-1} = 0.$$

4. Donner alors une équation de la tangente recherchée.

Partie C : calcul d'aire

Le graphique donné en **Annexe 1** représente la courbe $\mathscr{C}$ de la fonction f dans un repère orthonormé $(O\,;\ \vec{\imath}\,,\ \vec{\jmath})$.

1. Construire sur ce graphique la droite Δ d'équation $y = 2x$. On admet que la courbe $\mathscr{C}$ est au-dessus de la droite Δ. Hachurer le domaine $\mathscr{D}$ limité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite Δ, la droite d'équation $(x = 1)$ et l'axe des ordonnées.

2. On pose $I = \int_0^1 x\mathrm{e}^{x-1}\mathrm{d}x$. Montrer à l'aide d'une intégration par parties que $I = \frac{1}{\mathrm{e}}$.

3. En déduire la valeur exacte (en unités d'aire) de l'aire du domaine $\mathscr{D}$.