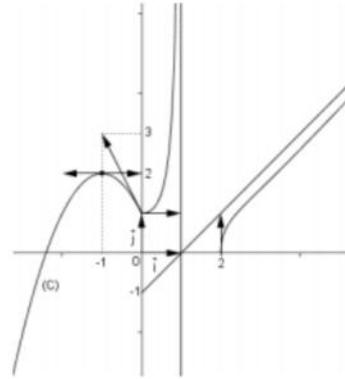


**EXERCICE 1 :**

Dans le graphique suivant on a tracé selon un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  la courbe représentative (C) d'une fonction  $f$  définie sur  $]-\infty, 1[ \cup ]2, +\infty[$ . La droite  $\Delta : y=x-1$  est une asymptote à (C) au voisinage de  $+\infty$ . La courbe (C) admet au voisinage de  $(-\infty)$  une branche parabolique de direction celle de  $(O, \vec{j})$ . La droite  $D : x=1$  est une asymptote à (C). Les flèches représentent des vecteurs directeurs des demi-tangentes à (C).



- 1) a) Déterminer :  $f'(-1)$  ;  $f'_d(0)$  ;  $f'_g(0)$  et  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)}{x-2}$   
 b) Déterminer les intervalles sur lesquels  $f$  est dérivable.
- 2) Déterminer les limites suivantes :  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$
- 3) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  (on demande les signes de  $f'(x)$ ).
- 4) On pose  $h(x)=\tan x$  et  $k(x)=\frac{\pi}{4}f(x)$ . Soit  $g$  la fonction définie par :  $g(x)=\tan\left(\frac{\pi}{4}f(x)\right)$   
 Sachant que  $f(x)=-x^2 - 2x + 1$  pour tout  $x \in ]-\infty, 0]$ .  
 a) Montrer que  $g$  est dérivable en  $(-2)$  et calculer  $g'(-2)$ .  
 b) Montrer que  $g$  est dérivable sur  $] -1, 0]$  et calculer  $g'(x)$  pour tout  $x \in ] -1, 0]$ .

**EXERCICE 2 :**

Dans chacun des cas suivants, déterminer les intervalles sur lesquels  $f$  est dérivable et calculer  $f'(x)$  :

- 1)  $f(x)=(x^3 + 3x)^4$
- 2)  $f(x)=\frac{3x^2-4x-2}{1-x}$
- 3)  $f(x)=\sqrt{3x^2 - 4x + 1}$
- 4)  $f(x)=-2x + 1 - \frac{3}{(2x-4)^3}$

**EXERCICE 3 :**

Soit la fonction  $f : x \mapsto \frac{x^2}{x-2}$  On désigne par (C) sa courbe représentative selon un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition.
- 2) Etablir le tableau de variation de  $f$ .
- 3) Etudier les branches infinies de (C).

**EXERCICE 4 :**

Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x)=\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$  ;  $x \in ]0, +\infty[$

- 1) Montrer que la fonction  $f$  est dérivable sur  $I=]0, +\infty[$  et que  $f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2} \forall x \in I$ .
- 2) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $]0, +\infty[$ .

**EXERCICE 5 :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par : 
$$\begin{cases} f(x) = x^2 + |x + 2| - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = (x - 1)\sqrt{x - 1} + 3x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

On note (C) sa courbe dans un repère du plan.

- 1) a) Etudier la dérivabilité de  $f$  en  $(-2)$ . Interpréter graphiquement le résultat trouvé.  
b) Tracer les demi-tangentes à la courbe (C) au point A d'abscisse  $(-2)$ .
- 2) Montrer que la courbe (C) admet au point B d'abscisse 1 une tangente (T) dont on donnera une équation cartésienne. Tracer (T).
- 3) Existe-t-il un point sur la courbe (C) d'abscisse  $a \in ]-2, 1[$  où la tangente est perpendiculaire à (T) ?
- 4) a) Déterminer les intervalles sur lesquels  $f$  est dérivable et calculer  $f'(x)$ .  
b) Déterminer le nombre de tangentes à (C) parallèles à l'axe des abscisses.

**EXERCICE 6 :**

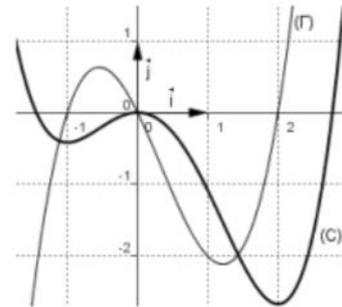
Soit la fonction  $f$  définie sur  $[0, 2]$  par  $f(x) = 3 - \sqrt{4 - x^2}$  ;  $C_f$  étant la courbe de  $f$  dans un repère orthonormé

- 1) a/ Etudier la dérivabilité de la fonction  $f$  à droite en 0 et à gauche en 2  
b/ En déduire une interprétation graphique pour chaque résultat
- 2) Montrer que  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $]0, 2[$  et que  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$  ; pour tout  $x \in ]0, 2[$
- 3) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$

**EXERCICE 7 : (QCM)**

Le plan étant muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Dans le graphique ci-contre, (C) et ( $\Gamma$ ) représentent respectivement deux fonctions  $f$  et  $g$  définies et dérivables sur  $\mathbb{R}$ . Alors :

- a)  $f$  est la dérivée de  $g$
- b)  $g$  est la dérivée de  $f$

**EXERCICE 8 :**

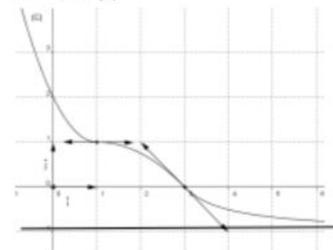
La courbe (C) ci-contre représente une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ , telle que :

- Au  $V(-\infty)$  la branche infinie est parabolique de direction celle de  $(O, \vec{j})$
- Au  $V(+\infty)$  la droite  $D : y = -1$  est une asymptote.
- L'unique tangente horizontale est au point  $A(1, 1)$ .

- 1) Déterminer  $f'(1)$ ,  $f'(3)$ ,  $f''(1)$  et  $f''(3)$ .
- 2) Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$$

- 3) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

**EXERCICE 9 :**

On considère la fonction  $f : x \mapsto 1 - \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x}$  ;  $x \in ]0, 3[$

- 1) Montrer que  $f$  est dérivable sur  $]0, 3[$  et que  $f'(x) = \frac{9}{x^2 \sqrt{9 - x^2}}$  pour tout  $x \in ]0, 3[$ .