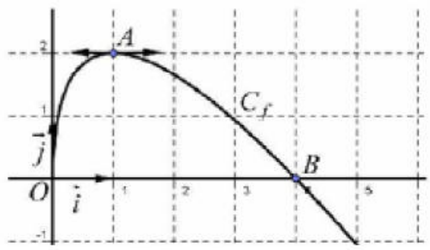
DERIVABILITE

Nombre dérivé | Fonction dérivée

Lecture graphique :

Exercice 1|

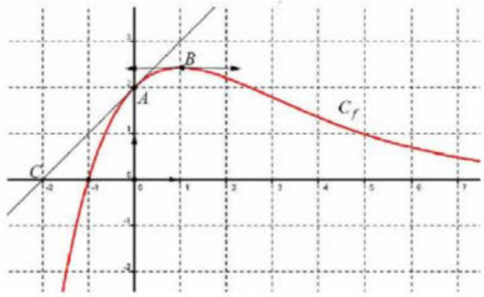
Sur la figure ci-contre, C_f est la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $]0;+\infty[$.



Par une lecture graphique :

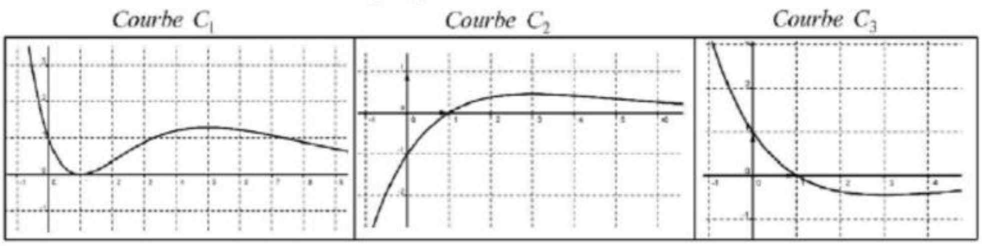
1. a –Déterminer $f'(1)$.
   b –Comparer $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f'(2)$.
2. Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = [f(x)]^2$.
   a – Exprimer $g'(x)$ en fonction de x.
   b – Dresser le tableau de variation de g.

Exercice 2 |



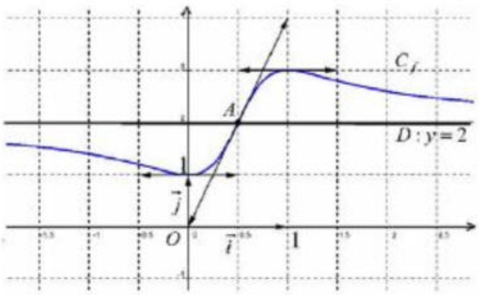
Sur la figure ci-contre, C_f est la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On sait que l'axe des abscisses est asymptote à C_f.

1. a – Déterminer $\lim_{x\mapsto+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\mapsto-\infty} f(x)$.
   b – Déterminer les équations des tangentes à C_f en A et B.
   c – Une des courbes suivantes est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de f.



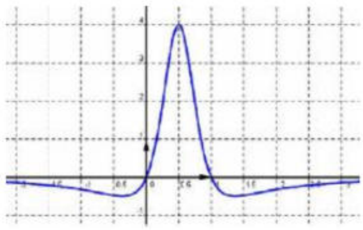
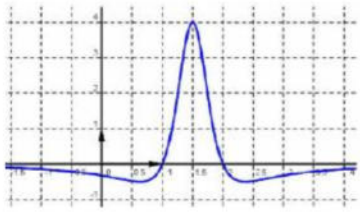
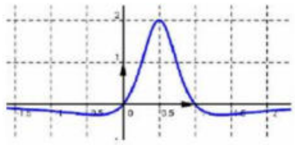
2. Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = [f(x)]^2$.
   a – Exprimer $g'(x)$ en fonction de x.
   b – Dresser le tableau de variation de g.

Exercice 3 |

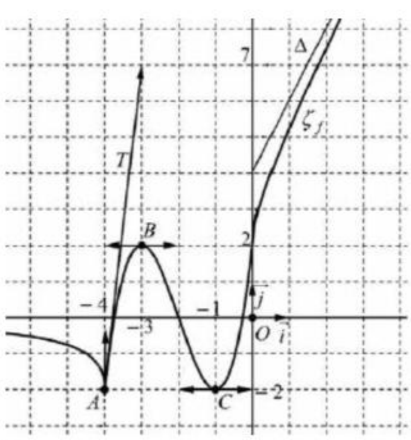


Ci-contre est tracée la courbe représentative C_f dans un RO d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. On sait que la droite $D: y = 2$ est asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$ et $A(0,5;2)$ est un centre de symétrie de la courbe C_f.

Par une lecture graphique, choisir la bonne réponse et la justifier :

Question	*A*	*B*	*C*
1	$f(-1)+f(2)=2$	$f(-1)+f(2)=1$	$f(-1)+f(2)=4$
2	$\lim\limits_{x\mapsto 0}\dfrac{f(x)-1}{x}=1$	$f^{'}(2)<0$	$f^{'}(0{,}25)<0$
3	$\lim\limits_{x\mapsto -\infty} f(x)-2=0$	$\lim\limits_{x\mapsto -\infty} f(x)-2=+\infty$	$\lim\limits_{x\mapsto -\infty} f(x)=0$
4 *La courbe de f' est :*			
5 $g(x)=\sqrt{f(x)}$ *Alors* $g^{'}(0{,}5)=$	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 4 |



Ci-contre, est la courbe représentative C_f dans un RON d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. On sait que :

- la droite $\Delta: y=2x+4$ est asymptote à C_f en $+\infty$.
- C_f admet une tangente parallèle à $(O,\vec{i})$ aux points B et C.
- C_f admet deux demi-tangentes, T et une verticale en A.

A partir du graphique et des informations fournisses :

1. Déterminer

$$\lim_{x\mapsto +\infty} f(x) \ , \lim_{x\mapsto +\infty} f(x) \ , \lim_{x\mapsto +\infty} \frac{f(x)}{x} \ \ et \ \lim_{x\mapsto +\infty} [f(x)-2x]$$

2. Déterminer $f^{'}(-1)$ et $f^{'}(-3)$.
3. $a-$ que vaut $f^{'}{}_{d}(-4)$?

   $b-f$ est-elle dérivable à gauche en -4 ?Justifier.

   $c-$ Déterminer :

$$\lim_{x\mapsto(-4)^-}\frac{f(x)+2}{x+4}$$

4. Soit $g(x)=x^2 f(x),\ x\in\mathbb{R}$.

   $a-$ Montrer que :

$$\lim_{x\mapsto -1}\frac{g(x)-g(-1)}{x+1}=4$$

   $b-$ Donner alors une équation cartésienne de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse -1

.

Approximation affine :

Exercice 5 |

Soient $f(x)=\frac{1}{x+1}$ et $g(x)=\sqrt{x+1}$.

1 – Montrer que f et g sont dérivables en 0 puis calculer $f^{'}(0)$ et $g^{'}(0)$.

2 – Déterminer les approximations affines de f et g au voisinage de 0.

3 – Déduire alors des valeurs à 10^{-3} près de $\sqrt{1{,}002}$, $\sqrt{0{,}995}$, $\frac{1}{0{,}996}$ et $\frac{1}{1{,}008}$.