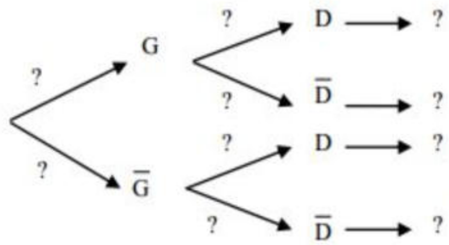
REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTREDE L'EDUCATION ®®®®®®® ENS : MAB / SALAH Num : 22427502	Epreuve : Mathématiques Section : SCIENCES ET ECH SERIE n° :1 — DURE : 3H Chapitre n°1 : SERIE DE REVISION

<u>EXERCICE N°1 :</u> (6 points)

Dans un atelier de couture on sait que 20% des machines sont sous garantie. Parmi les machines sous garantie 1% sont défectueuses. Parmi les machines qui ne sont pas sous garantie 10% sont défectueuses. On considère les évènements suivants :

G : « La machines est sous garantie »

D : « La machine est défectueuse »



1) On choisit une machine au hasard.

a) Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci-contre

b) Déterminer la probabilité pour que la machine soit sous garantie et défectueuse.

2) a) Déterminer la probabilité pour que la machine soit défectueuse.

b) La machine est défectueuse, calculer la probabilité pour qu'elle soit sous garantie.

3) On choisit successivement et au hasard 5 machines. Calculer la probabilité des évènements suivants : A : « Seule la deuxième machine est sous garantie »

B : « Obtenir au moins deux machines sous garantie »

4) Soit X la variable aléatoire indiquant la durée de vie d'une machine en années. On suppose que X suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.25$. Cocher la réponse exacte :

a) La probabilité que la machine dure plus de 4 ans est : x) $1-e^{-1}$; y) e^{-1} ; z) $e^{-1}-1$

b) La probabilité que la machine dure moins de 8 ans sachant qu'elle a duré plus que 4 ans est égale

x) $1-e^{-1}$; y) e^{-1} ; z) $e^{-1}-1$

<u>EXERCICE N°2 :</u> (4poitns)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$.

On considéré les points A,B,E et F d'affixes respectives $1,\left(\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$,$\left(\frac{5}{2}+i\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ et 2

On note $(\mathscr{C})$ le cercle de centre A et de rayon 1.

1. Vérifier que $z_B = 1 + e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $z_E = 1 + z_B^2$
2. a)Montrer que B ϵ $(\mathscr{C})$.

   b) Montrer que le triangle ABF est équilatéral

   c)Placer les points A, B et F

3. a) Ecrire z_B sous forme exponentielle
   b) Montrer que les points A,B et E sont alignés.
   c)Calculer la distance AE puis construire le point E
4. Montrer que les triangles AEF et OAE ont même aire

<u>EXERCICE N°03 :</u> (4poitns)

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = \dfrac{1}{2}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = \dfrac{\sqrt{1+3U_n^2}}{2}$.

1- On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+3x^2}}{2}$

On a tracé sur la feuille annexe la courbe représentative de f , ainsi que la droite $\Delta : y = x$

a- Placer soigneusement sur l'axe des abscisses sans les calculer les termes U_1 ; U_2 et U_3

b- Quelle conjecture peut-on former sur la monotonie et la convergence de la suite (U_n)

2- a- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\dfrac{1}{2} \le U_n \le 1$

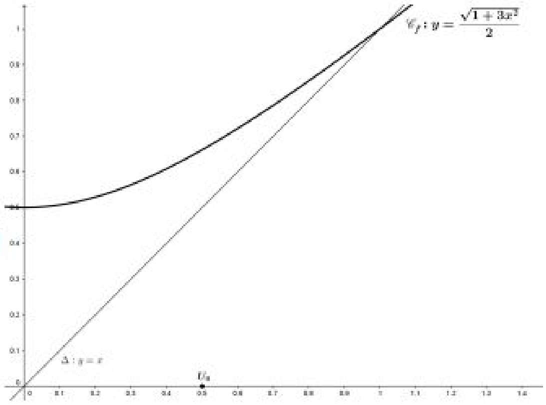
b- Montrer que la suite (U_n) est croissante

c- En déduire que la suite (U_n) est convergente et déterminer sa limite .

3- a- Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$

on a : $U_n = \sqrt{1-\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n+1}}$

b- Retrouver alors la limite de la suite (U_n)



<u>EXERCICE N°04 :</u> (6 points)

Partie A

On considère la fonction h définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $h(x) = xe^{-x}$.

1. Déterminer la limite de la fonction h en $+\infty$.

2. Étudier les variations de la fonction h sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et dresser son tableau de variations.

3. L'objectif de cette question est de déterminer une primitive de la fonction h.

   a. Vérifier que pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$, on a :

   $$h(x) = e^{-x} - h'(x)$$

   où h' désigne la fonction dérivée de h.

   b. Déterminer une primitive sur l'intervalle $[0; +\infty[$ de la fonction $x \longmapsto e^{-x}$.

   c. Déduire des deux questions précédentes une primitive de la fonction h sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Partie B

On définit les fonctions f et g sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par :

$$f(x) = xe^{-x} + \ln(x+1) \qquad \text{et} \qquad g(x) = \ln(x+1).$$

On note C_f et C_g les représentations graphiques respectives des fonctions f et g dans un repère orthonormé.

Ces deux courbes sont tracées en annexe page 8. Cette annexe est à rendre avec la copie.

1. Pour un nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0;+\infty[$, on appelle M le point de coordonnées $(x; f(x))$ et N le point de coordonnées $\left(x; g(x)\right)$: M et N sont donc les points d'abscisse x appartenant respectivement aux courbes C_f et C_g.

   a. Déterminer la valeur de x pour laquelle la distance MN est maximale et donner cette distance maximale.

   b. Placer sur le graphique fourni en annexe **page 8** les points M et N correspondant à la valeur maximale de MN.

2. Soit λ un réel appartenant à l'intervalle $[0;+\infty[$. On note D_λ le domaine du plan délimité par les courbes C_f et C_g et par les droites d'équations $x = 0$ et $x = \lambda$.

   a. Hachurer le domaine D_λ correspondant à la valeur λ proposée sur le graphique en annexe **page 8**.

b. On note A_λ l'aire du domaine D_λ, exprimée en unités d'aire. Démontrer que :

$$A_\lambda = 1 - \frac{\lambda+1}{e^\lambda}.$$

c. Calculer la limite de A_λ lorsque λ tend vers $+\infty$ et interpréter le résultat.

Annexe à remettre avec la copie

Nom : ……………………… Prenom .... n.……………………..