Prof Oueslati Aymen	*série des exercices*	*BAC*	*AS 2017-2018*
Tél 27677722	*Intégrale+suite réelles+logaritme népérien*	*www.facebook.com/MathTewa*	

Exercice 1 ☺

1/ Montrer que la fonction U définie par $\mathrm{U(x)} = \frac{1}{1-\cos x}$ réalise une bijection de l'intervalle$]0\ ,\ \pi\ ]$

Sur$\left[\frac{1}{2}\ ,\ +\infty\right[$. https://www.facebook.com/MathTewa/

2/ Soit la fonction g définie sur l'intervalle $]0\ ,\ \pi[$ par : $g(x) = \int_1^{u(x)} \frac{-dt}{t\sqrt{2t-1}}$

3/ Montrer que pour tout x dans $]0,\ \pi[$, $g(x) = x - \frac{\pi}{2}$ puis calculer l'intégrale : $g(x) = \int_2^{\frac{2}{3}} \frac{-dt}{t\sqrt{2t-1}}$

Exercice 2 ☺

A/ Soit la fonction polynome définie par : $P(x) = 3x^3 - x - 2$

1)Calculer P(1) puis déterminer les réels a, b et c tels que $\forall x \in \Re$, $P(x) = (x-1)(ax^2+bx+c)$

2)Etudier le signe de P(x)

B/Soit la fonction g définit sur $]0\ ,\ +\infty[$ par $g(x) = x^2 - x + 1 - 2\log x$

Etudier le sens de variation de g puis en déduire le signe de g(x) ☺

C/ Soit la fonction f définie sur $]0,\ +\infty[$ *par* : $f(x) = x + 1 + \frac{x+\log x}{x^2}$

On note par C *sa courbe représentative dans un repére orthonormé* $(O\ ,\ \vec{\imath}\ ,\vec{\jmath})$

1/Etudier les variations de f ☺

2/Montrer que l'équation f(x)=0 admet une unique solution γ *et que* : $0{,}4 \leq \gamma \leq 0{,}5$

3/ a) Montrer que la droite Δ *d'équation* $y = x + 1$ *est un asymptote à la courbe* C

b)Etudier les variations ☺ de la fonction h définit sur $]0\ ,\ +\infty[$ *par* $h(x) = x + \log x$

c) 2/Montrer que l'équation h(x)=0 admet une unique solution ω *et que* : $0{,}5 \leq \omega \leq 0{,}6$

d) ☺ En déduire la position relative de C % Δpuis tracer C *et* Δ ☺

Exercice 3 ☹

Partie A ☺

1/ Etudier la fonction f définie sur $\Re$ par $f(x) = \sqrt{x^2+2x+2}$ **et tracer sa courbe** $\mathcal{C}$ **dans un repère orthonormé** $(O\ ,\vec{\imath},\ \vec{\jmath})$

2/ Tracer dans le $même$ repère la courbe **ζ' d'équation : y = -f(x)**

Soit la courbe H=$\mathcal{C}$ U ζ'

Montrer que H est une hyperbole ☺ dont on précisera l'équation réduite puis les coordonnées de sommets et des foyers .

3/soit la fonction φ définie par : $\varphi(x) = \log[x + 1 + f(x)]$

Montrer que φ *est une primitive de* $\frac{1}{f}$ sur $\mathfrak{R}$

4/On pose : A= $\int_{-2}^{0} f(x)dx$ *et* $B = \int_{-2}^{0} \frac{(x+1)^2}{f(x)} dx$

a/Montrer que : A−B=2 $\log(1 + \sqrt{2})$

b/ Au moyen d'une intégration par parties sur B, montrer que : A+B=2$\sqrt{2}$

En déduir ☺ les valeurs de A et B :P

Partie B ☹

Pour tout entier naturel non nul n , on pose : $\amalg_n = \int_{-1}^{0} \frac{(x+1)^n}{f(x)} dx$

a)Calculer $\amalg_1$ *et* $\amalg_2$

b)Montrer en utilisant une intégration par parties que : $\forall n \geq 1$, $\amalg_{n+2} = \frac{\sqrt{2}}{n+2} - \frac{n+1}{n+2} \amalg_n$

c)*Déterminer* U_3 *et* $\amalg_4$

d)Montrer que la suite ($\amalg_n$ *est décroissante et minoré par* 0

Exercice 4 ☺

1/Etudier les variations ☺ de la fonction f de $\mathfrak{R}$ *dans* $\mathfrak{R}$ ***définie par :*** $f(x) = e^x - x$

Construire la courbe représentative dans un repére orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$)

2/Montrer que f admet une réciproque f^{-1} deéfinie sur $\mathfrak{R}$ et écrire l'expression de f^{-1}

3/Déterminer la fonction dérivée de f^{-1} et calculer l'intégrale : $\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(t^2+4)}}$

Exercice 5 ☹

On considére la fonction f définie sur $\mathfrak{R}$ *par* $f(x) = e^{-x} \log(1 + e^x)$ *et on note* C *la courbe rprésentative de f dans le repére orthonormé (O ,* $\vec{i}$, $\vec{j}$).

1/ On concidére la fonction g définie sur $[0 , +\infty[$ *par* $g(t) = \frac{t}{t+1} - \log(1 + t)$

Etudier les variations de g sur $[0 , +\infty[$ *et en déduire le signe de g(t).*

2.a.Montrer que f est dérivable sur $\Re$ et que $\forall x \in \Re$, $f'(x) = e^{-x}\left[\frac{e^x}{1+e^x} - \log(1+e^x)\right]$

b.Etudier le sens de variation de f.

3.a.Montrer que pour tout réel x, $f(x) = xe^{-x} + e^{-x}\log(1+e^{-x})$ 😊

b.En déduire la limite de f(x) quand x tend vers $+\infty$.

c.Déterminer la limite de f(x) quand x tend vers $-\infty$ ☹

4.Dresser le tableau de variation de f et tracer la courbe C

Tapez une équation ici.