

## Série d'exercices intégrale – logarithme népérien

## Exercice 1 ☺

1) Soit  $h$  la fonction définie par  $h(x) = -\frac{2}{x} - x^2$

a) Etudier les variations de  $h$ .

b) Déterminer la primitive de  $h$  sur  $]0; +\infty[$  qui prend la valeur  $\frac{2}{3}$  au point 1

2) Soit la fonction  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = 1 - 2\ln x - \frac{x^3}{3}$ .

On désigne par  $(C)$  la courbe représentative de  $g$  dans le plan rapporté à un repère  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

a) Etudier les variations de  $g$ .

b) Montre que l'équation  $g(x) = 0$  admet une seule solution  $\alpha$  telle que  $\alpha > 1$

c) Donner une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C)$  au point  $A$  d'abscisse 1.

d) Construire  $(T)$  et  $(C)$

3) Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2} - \frac{x}{3} \quad (\zeta) \text{ désigne sa courbe représentative dans le plan}$$

a) Dresser le tableau de variation de  $f$

b) Montrer que  $(\zeta)$  admet une asymptote oblique  $\Delta$

c) Etudier la position de  $(\zeta)$  par rapport à  $\Delta$  et Montrer que  $f(\alpha) < 0$

d) Construire  $(\zeta)$

## Exercice 2) ☺

1) Soit la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2+1}$

a) Dresser le tableau de variation de  $f$  et tracer sa courbe représentative  $(C)$  dans  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

b) Montrer que l'équation  $f(x) = x$  admet dans  $\mathbb{R}$  une solution unique  $\alpha$  telle que :

$$1 < \alpha < \frac{3}{2}$$

2) On appelle  $g$  la restriction de  $f$  à  $[0, +\infty[$

a) Montrer que  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie dans  $]1, 2]$ .

b) Ecrire l'expression de  $g^{-1}(x)$  pour  $x$  appartenant à  $]1, 2]$

c) Tracer la courbe  $(C)$  de  $g^{-1}(x)$  dans  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

3) Soit  $h$  la fonction définie sur  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$  par :  $h(x) = \int_0^{tg x} f(t) dt$

a) Montrer que  $h$  est dérivable sur  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$  et que  $h'(x) = tg^2(x) + 1$



b) Calculer alors  $\int h(x)$

c) En déduire l'aire  $A$  du domaine limité par la courbe  $(C)$  et les droites d'équations :

$$x = 0 \quad , \quad x = 1 \quad , \quad y = 1$$

Bon courage

Mr Oueslati Aymen

Tél 27677722

Oueslati Aymen