Proposée par Mr

FEHRI BECHIR

2018/2019

Série Fonction Exponentielle

N°1

BAC SCIENCE

Exercice n°1 :

On considère la fonction h définie sur$[0,+\infty[$ par $h(x) = (x-2)e^{x}+2$

1)Déterminer les variations de h (on précisera h(0)).

2)Montrer qu'il existe une unique réel a de l'intervalle [1,2] tel que h(a)=0.
En déduire le signe de h sur $[0,+\infty[$.

3)Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x) = \frac{e^{x}-1}{x^{2}}$

a/Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition .

b/ Montrer que pour tout réel x strictement positif $f'(x) = \frac{xe^{x}-2e^{x}+2}{x^{3}}$

Dresser le tableau de variation de f.

c/Montrer que $f(a) = \frac{-1}{a(a-2)}$ et en déduire le signe de f(a).

4) Tracer la courbe de f dans un repère orthonormé

Exercice n° 2 :

Soit la fonction $f : x \quad \frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$

On désigne par C la courbe de f dans un repère orthonormé ($O,\vec{i},\vec{j}$).

1) Etudier la parité de f .
2) a/ Etudier les variations de f .

b/ Tracer C

3) Soit $\lambda > 1$ et la droite $\Delta : x = \lambda$.

On note $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par C , Δ , l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées . Calculer $A(\lambda)$.

Exercice n °3 :

I)Soit g la fonction définie sur R par $g(x) = e^{x}(1-x)+1$.

1) Etudier le sens de variation de g.
2) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution dans l'intervalle [1.27 , 1.28] .on note a cette solution .
3) Déterminer le signe de g(x) .

II) Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = \frac{x}{e^{x}+1}+2$

On désigne par C la courbe de f dans un repère orthogonal ($O,\vec{i},\vec{j}$).

1) Déterminer la limite de f en $+\infty$ et interpréter .
2) 2)a/ Déterminer la limite de f en $-\infty$.

b/ Monter que la droite D d'équation y = x +2 est une asymptote à C
c/ Etudier la position de C par rapport à D
3)a/ Montrer que la fonction dérivée de f a même signe que la fonction g
b/ Dresser le courbe de variations de f
4)Tracer la courbe C ainsi que ses asymptotes et sa tangente au point d'abscisse a .
III) Pour tout entier naturel n , tel que n $\geq$ 2 , on note D_n l'ensemble des points M(x,y) du plan , dont les coordonnées vérifient 2 $\leq$ x $\leq$ n et 2 $\leq$ y $\leq$ f(x) et on appelle A_n son aire , exprimée en unités d'aire.
1)Faire apparaitre D_5 sur la figure .
2) Montrer que pour tout réel x$\geq$2 ,$\frac{7}{8}xe^{-x} \leq \frac{x}{e^x+1} \leq xe^{-x}$
3) on pose $I_n = \int_2^n xe^{-x}dx$. A l'aide d'une intégration par parties ,calculer I_n en fonction de n .
4) Ecrire une encadrement de A_n en fonction de I_n.
5) Montrer que la suite (A_n) est croissante et majorée .
Déterminer la limite de I_n lorsque n tend vers +∞Que peut –on en déduire pour la limite de A_n lorsque n tend vers +∞ ? .

Exercice n °4 :

I) 1/ Soit g la fonction définie sur [0,+∞[par g(x) = e^x -x-1.
a/ Etudier les variations de g .
b/ En déduire le signe de g.
2/ Soit h la fonction définie sur [0,+∞[par h(x) = (2-x)e^x -1
a/ Etudier la fonction h et dresser son tableau de variation .
b/ Montrer que l'équation h(x) =0 admet une solution unique ∝ dans [1,2]
c/ Donner un encadrement de ∝d'amplitude 10^{-2}
d/ Précise suivant suivant les valeurs réel positif x le signe de h(x).
II)Soit f la fonction définie sur [0,+∞[par f(x) = $\frac{e^x-1}{e^x-x}$ et C sa courbe dans un repère orthonormé .
1)a/ Montrer que pour tout x$\neq$ 0 on peut écrire f(x) =$\frac{1-e^{-x}}{1-xe^{-x}}$.
En déduire $\lim_{x-+\infty} f(x)$ et interpréter .
b/ Montrer que f'(x) = $\frac{h(x)}{(e^x-x)^2}$
c/ Dresser le tableau de variation de f .
2)a/ Montrer que pour tout x f(x) –x= $\frac{(1-x)g(x)}{e^x-x}$
b/ En déduire la position relative de courbe C et de la droite vΔ d'équation y= x
3)a/ Préciser la tangente à C en son point d'abscisse 0 .
b/ Tracer C