Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct .On considère les points A et B d'affixes respectives :

$a = \frac{1}{2} + i\,\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $b = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}$

1)a)Donner l'écriture exponentielle de chacun des nombres a et b

b)Vérifier que $b^2 = a$

2)Soit C le point d'affixe $c = a + b$

a)Placer les points A , B et C

b)Vérifier que $c = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\; e^{i\frac{\pi}{4}}$

Exercice 2

Soit $z = e^{i2\theta}$ où $\theta \in \left]0\ ,\frac{\pi}{2}\right[$

1) Donner la forme exponentielle $1+z$, $1-z$, $(1-z)^2$ et $Z = \frac{(1-z)^2}{\bar{z}\,(1+z)}$
2) Déterminer θ pour que Z soit réel .

Exercice 3

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (o u , v) . On donne les points A et B d'affixes respective $Z_A = -1 + i\sqrt{3}$ et $Z_B = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

1)Mettre sous forme exponentielle les complexes : Z_A , Z_B et $Z = \frac{Z_A}{Z_B}$

2) 2)En déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

3)On considère les points C et D d'affixes respective : $Z_1 = Z_A + Z_B$ et $Z_2 = Z_A - Z_B$

a)Placer les points A , B , C et D

b)Quel est la nature du quadrilatère OACB

c)En déduire le module et un argument de Z_1 et Z_2

Exercice 4

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (o u , v) . On donne les points A , B et C d'affixes respectives : $2e^{i\theta}$, $1 + e^{i\theta}$ et $-1 + e^{i\theta}$ où $\theta \in]0\ ,\pi[$

1) Ecrire Z_B et Z_C sous forme exponentielle .
2) Montrer que OBAC est un rectangle .
3) Déterminer $\theta \in]0\ ,\pi[$ pour que OBAC soit un carré
4) Soit I le centre du rectangle OBAC . Déterminer l'affixe du point D tel que OIBD soit un losange .
5) Déterminer $\theta \in]0\ ,\pi[$ pour que l'aire du losange OIBD est égal a $\frac{1}{2}$