Exercice 1

Le plan complexe est rapporté a un repère orthonormé direct (o , $\vec{u}$, $\vec{v}$) . On considère les points A et B d'affixes respectives : $a = -\sqrt{3} + i$ et $b = 1 + i\sqrt{3}$

1) a/Ecrire sous forme exponentielle les nombres a et b
   b/ Donner le module et un argument de $\frac{a}{b}$.En déduire la nature du triangle OAB .
   c/ représenter les points A et B ainsi que le point M d'affixe z = a + b
   d/ Montrer que le quadrilatère OBMA est un carré .
2) a/ Vérifier que : $(1 + \frac{a}{b}) = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
   b/ En déduire l'écriture exponentielle de z = a + b
   c/ En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{7\pi}{12})$ et $\sin(\frac{7\pi}{12})$.

Exercice 2

On désigne par (C) le cercle de centre O et de rayon 1 et par I et A les points d'affixes respectives:1 et $a = \sqrt{3} + i$

1) a/ Donner la forme exponentielle de a .
   b/ Construire le point A .
2) Soit B le point d'affixe $b = \frac{a-1}{1-\overline{a}}$
   a/Vérifier que $b\overline{b} = 1$. En déduire que le point B appartient au cercle (C)
   b/ Montrer que $\frac{b-1}{a-1}$ est un réel . En déduire que les points A , B et I sont alignés .
   c/ Construire le point B .
3) Soit θ un argument du nombre complexe b . Montrer que : $\cos(\theta) = \frac{2\sqrt{3}-3}{5-2\sqrt{3}}$ et $\sin(\theta) = \frac{2-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$.

Exercice 3

Le plan complexe est rapporté a un repère orthonormé direct (o , $\vec{u}$, $\vec{v}$) . On considère les points A ,B et C d'affixes Respectives :1 , - i et 2i .A tout point M du plan d'affixe z ($z \neq -i$)on associe le point M' d'affixe $z' = \frac{\overline{z} + 2i}{\overline{z} - i}$

1) Calculer z' lorsque z = 1 + i
2) a/ Vérifier que $z' - 1 = \frac{3i}{\overline{z} - i}$
   b/ En déduire que BM.AM' = 3
   c/ Montrer que si M appartient au cercle (C) de centre B et de rayon 3 alors le point M' appartient a un cercle (C') que l'on précisera .
3) a/ Montrer que $OM' = \frac{MC}{MB}$
   b/Montrer que si M' appartient au cercle (C) de centre O et de rayon 1 alors le point M' appartient a une droite que l'on précisera .

Exercice 4

Le plan complexe est rapporté a un repère orthonormé direct (o , $\vec{u}$, $\vec{v}$) . On considère les points A ,M_1 et M_2 d'affixes respectives : $z_A = 1 - i$, $Z_1 = e^{i\theta}$ et $Z_2 = ie^{i\theta}$ où $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

1) a/ Ecrire Z_A sous forme exponentielle
   b/ En déduire la forme exponentielle de $Z = Z_1 - Z_2$
   c/ Déterminer θ pour que Z soit réel .
2) a/ Ecrire Z_2 sous forme exponentielle
   b/ Déterminer et représenter l'ensemble des points M_2 lorsque θ *decrit* $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
   c/ Déterminer la valeur de θ pour laquelle les points A , M_1 et M_2 soient alignés .