Lycée secondaire El Alia

Baccalauréat Tunisien
4 ème sciences
Nombres complexes

Lahbib Ghaleb

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

A la fin de chaque exercice cliquez sur Retour pour aller à l'index

Exercice 1 ☆☆☆☆ *Session principale 2019*

① Soit le nombre complexe a défini par $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(\sqrt{3}+i)$.

ⓐ Montrer que $a = 2\, e^{i\frac{5\pi}{12}}$.

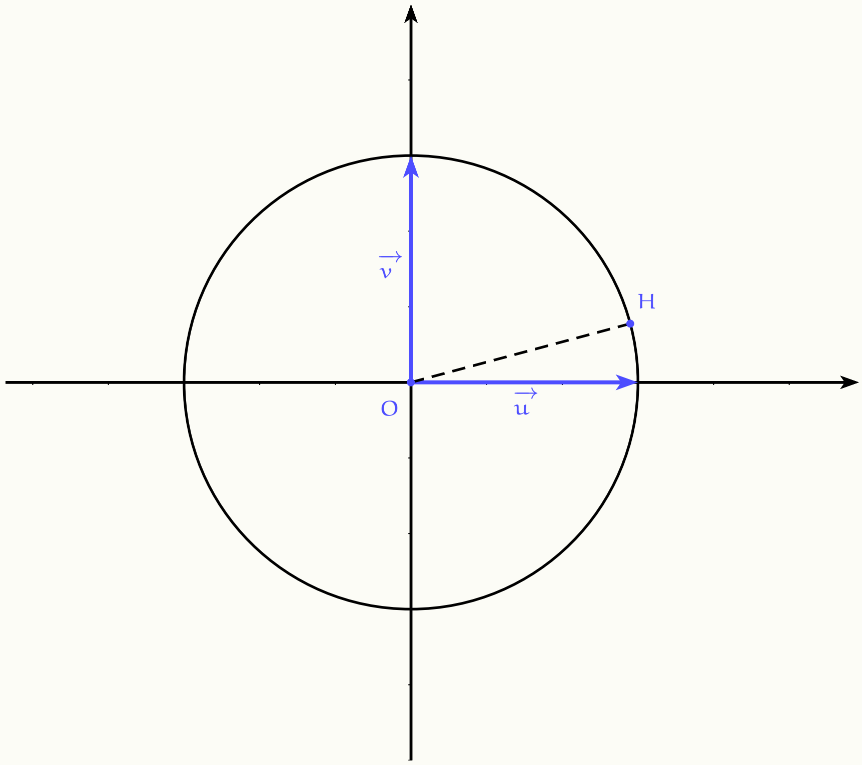
ⓑ Donner les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

② ⓐ Vérifier que $a^4 = 8(1 - i\sqrt{3})$.

ⓑ En déduire les solutions de l'équation (E) :$z^4 = 8(1 - i\sqrt{3})$.

ⓒ Dans la figure ci-dessous, le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$, Γ est le cercle trigonométrique et H le point d'affixe $e^{i\frac{5\pi}{12}}$.

Placer les images des solutions de l'équation (E).



Retour

Exercice 2

Session de contrôle 2019

1. a. Vérifier que $(3+2i)^2 = 5+12i$

   b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_1) : z^2 + iz + 1 + 3i = 0$

   c. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $(E_2) : z^2 - iz + 1 - 3i = 0$

2. Déduire alors l'ensemble des solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation

$$(E) : z^4 + 3z^2 + 6z + 10 = 0$$

3. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$, On considère les points A,B,C et D d'affixes respectives $1+2i$, $1-2i$, $-1-i$ et $-1+i$.

   a. Placer les points A,B,C et D dans le repère $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$.

   b. Montrer que ABCD est un trapèze.

   c. Calculer l'aire de ce trapèze.

Retour

Exercice 3 ★★☆☆ *Session principale 2018*

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E) : z^2 - i\sqrt{3}z - 1 = 0$.

   (On donnera les solutions sous forme exponentielle).

2. Pour tout $z \in \mathbb{C}$, on pose $P(z) = 3z^4 - 7i\sqrt{3}z^3 - 18z^2 + 7i\sqrt{3}z + 3$.

   a. Vérifier que $P(i\sqrt{3}) = 0$ et que $P\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right) = 0$.

   b. Montrer que pour tout nombre complexe non nul z, $P\left(-\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{z^4}P(z)$.

   c. En déduire que les nombres complexes $\frac{\sqrt{3}}{3}i$ et $e^{i\frac{2\pi}{3}}$ sont deux solutions de l'équation $P(z) = 0$.

3. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

   On note les points A, B et C d'affixes respectives $e^{i\frac{\pi}{3}}$, $3\,e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

   a. Construire les points A,B et C.

   b. Construire le point D définie par $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$ et donner son affixe sous la forme cartésienne.

   c. La parallèle à la droite (BD) passant par A coupe la droite (OD) au point E.

   Déterminer l'affixe du point E.

Retour

Exercice 4 ★★☆☆

Session de contrôle 2018

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
Dans la figure 1 de l'annexe ci-jointe, (C) et (C') deux cercles de même centre O et de rayons respectifs $\sqrt{3}$ et 3.

I) 1. On considère le point P d'affixe $p = \sqrt{2} + i$.

  a. Vérifier que le point P appartient à (C).

  b. Construire le point P.

  c. On désigne par α un argument du nombre p . Donner l'écriture exponentielle de p.

2. Soit Q le point du cercle (C') tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}}\right) \equiv \alpha [2\pi]$.

  a. Donner une mesure de l'angle orienté $\left(\vec{u}, \overrightarrow{OQ}\right)$.

  b. Ecrire le nombre complexe q sous forme exponentielle.

  c. En déduire que $p^2 = q$ et que $q = 1 + 2\sqrt{2}i$.

II) On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes les équations :

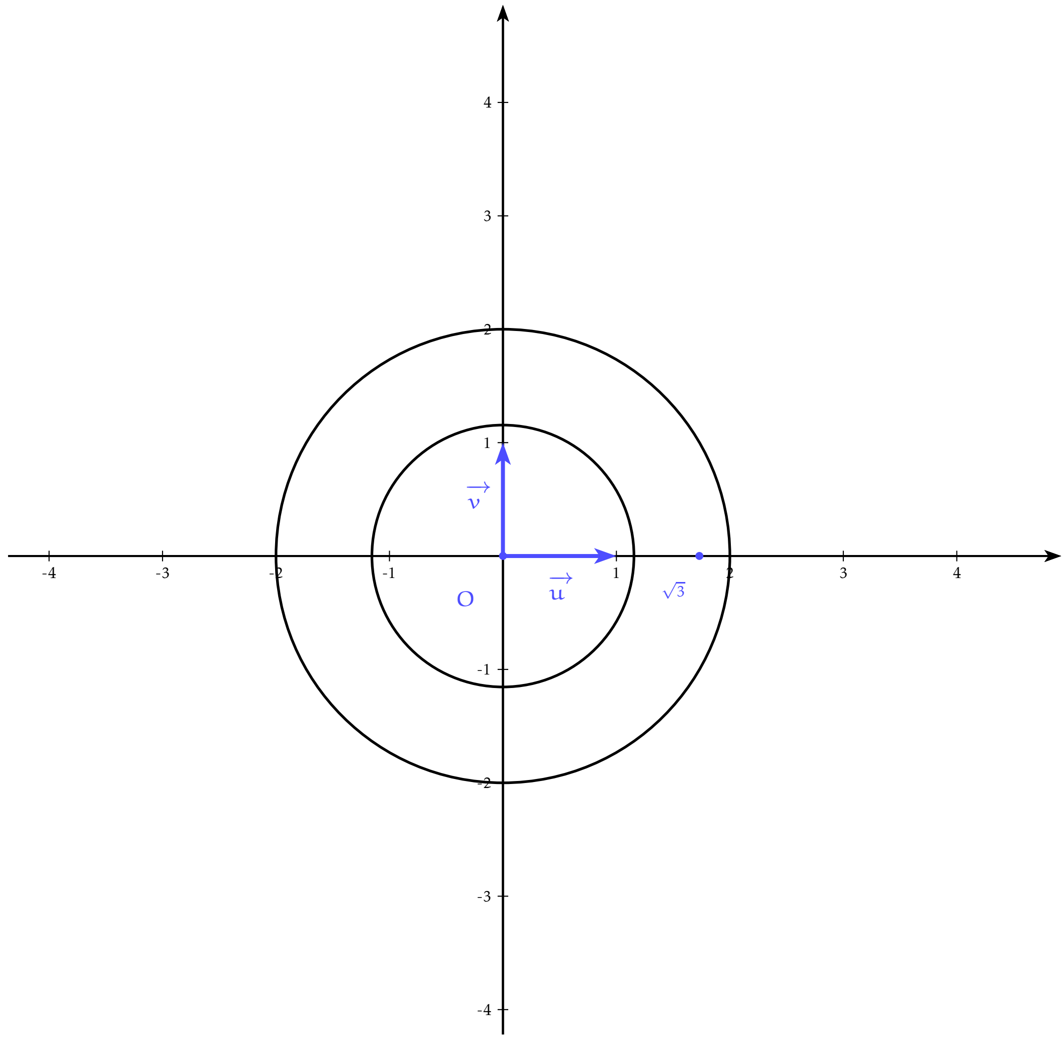
$$(E) : 16z^2 - 8z + 9 = 0 \text{ et } (E') : 16z^4 - 8z^2 + 9 = 0\ .$$

1. a. Montrer que les solutions de l'équation (E) sont $\frac{q}{4}$ et $\frac{\overline{q}}{4}$.

  b. En déduire les solutions de l'équation (E').

2. a. Construire dans l'annexe les points images des solutions de l'équation (E').

  b. Montrer que ces points sont les sommets d'un rectangle.

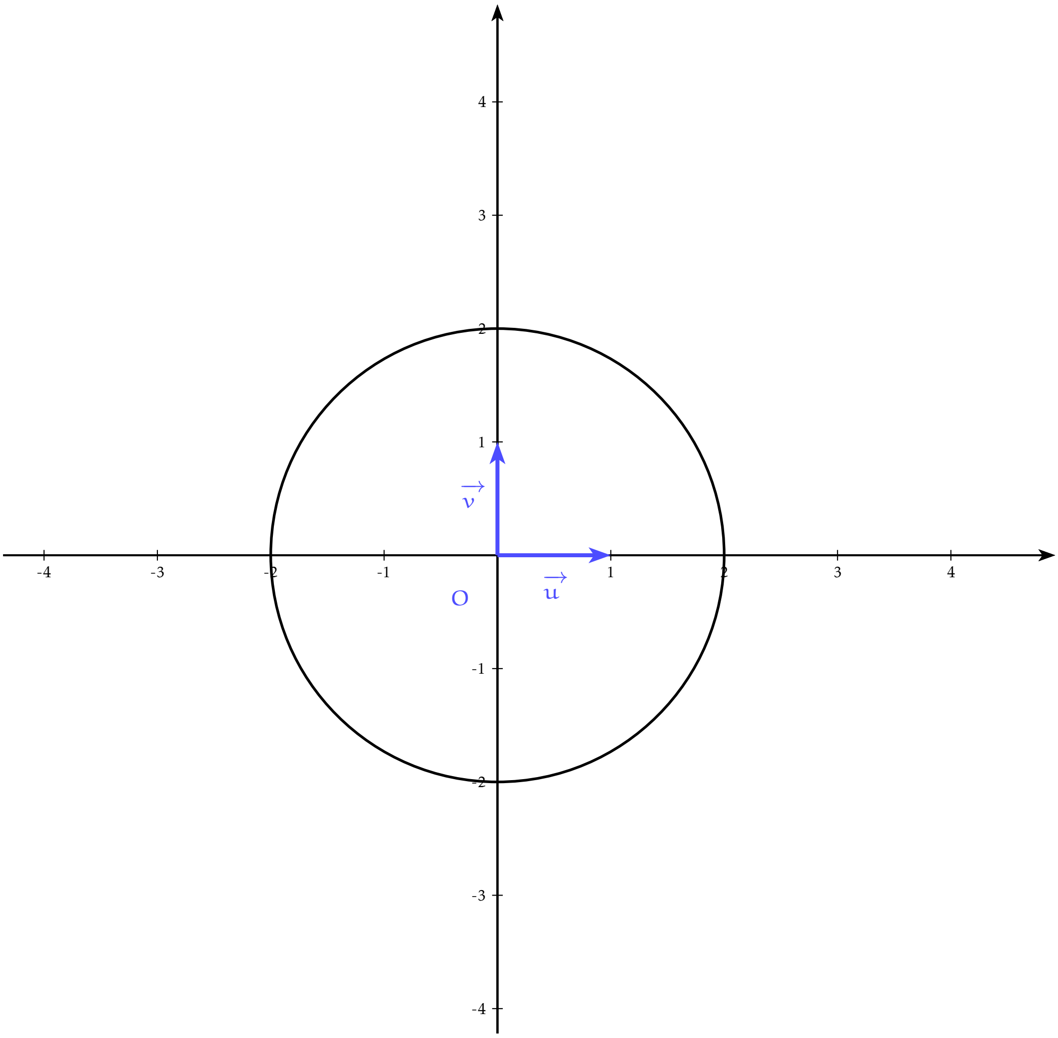


Retour

Exercice 5 ☆☆☆☆ — *Session principale 2017*

1. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 - (\sqrt{5} + 2i)z + 1 + 4\sqrt{5}i = 0$
   - a) Calculer $(\sqrt{5} + 2i)^2$.
   - b) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est $\Delta = -3(\sqrt{5} + 2i)^2$
   - c) En déduire que les solution de (E) sont :
     $a = (\sqrt{5} + 2i)\left(\dfrac{1 + i\sqrt{3}}{2}\right)$ et $b = (\sqrt{5} + 2i)\left(\dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2}\right)$.

     Dans la figure de l'annexe ci-jointe, $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ est un repère orthonormé direct du plan, (C) est le cercle de centre O et de rayon 3.
2. Soit Q le point d'affixes $\sqrt{5} + 2i$.
   - a) Montrer que Q appartient à (C).
   - b) Construire alors le point Q.
3. Soit A et B les points d'affixes respectives les nombres complexes a et b.
   - a) Montrer que les points A et B appartiennent au cercle (C).
   - b) Vérifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OQ}$.
   - c) En déduire que le quadrilatère OAQB est un losange.
   - d) Construire alors les points A et B.



Retour

Exercice 6 ★★☆☆

Session de contrôle 2017

A/ ① ⓐ Justifier que $(\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$.

ⓑ Déterminer les racines cubique du nombre complexe $2\sqrt{2}\,\mathrm{i}$.

② Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O},\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$.

Dans la figure ci-jointe :

- (C) est le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{2}$.
- A et D sont les points d'affixes respectives $z_A = -\sqrt{2}\,\mathrm{i}$ et $z_D = 2\sqrt{2}\,\mathrm{i}$.

ⓐ Construire dans l'annexe les points B et C d'affixes respectives :

$z_B = \sqrt{2}e^{\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$ et $z_C = \sqrt{2}e^{\mathrm{i}\frac{5\pi}{6}}$.

ⓑ Vérifier que $z_B = \dfrac{\sqrt{6}}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et que $z_C = -\dfrac{\sqrt{6}}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

ⓒ Montrer que $(BC) \perp (AD)$.

ⓓ Montrer que ABDC est un losange.

B/ Soit α un nombre complexe non nul. On désigne par M, N et P les points d'affixes respectives $z_M = \alpha$, $z_M = \alpha e^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$ et $z_P = \alpha e^{\mathrm{i}\left(\frac{-2\pi}{3}\right)}$.

① ⓐ Calculer z_N^3 et z_P^3.

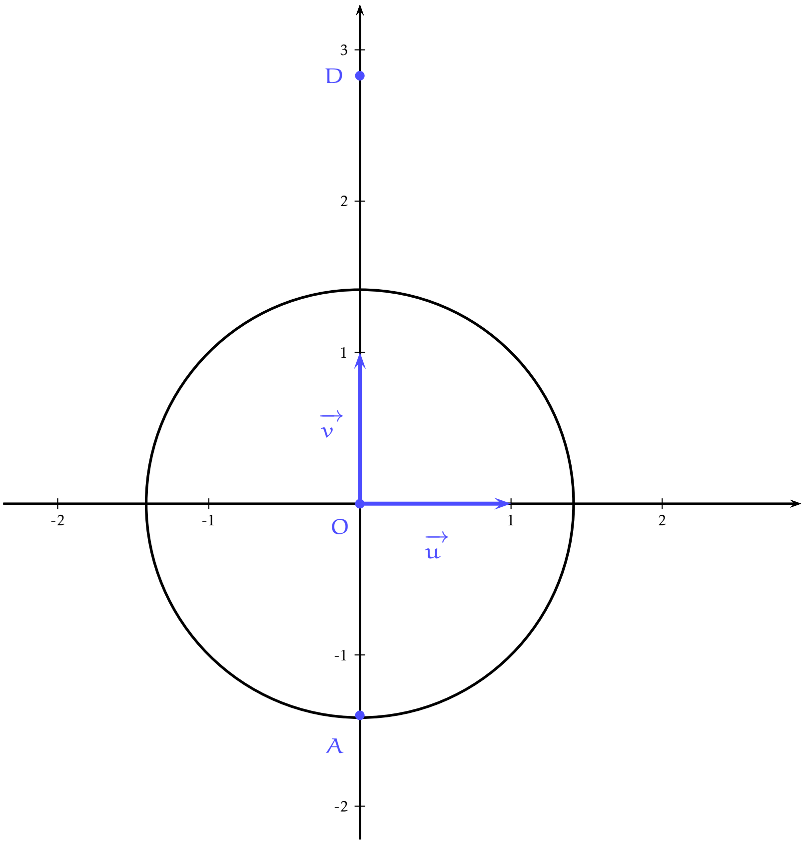
ⓑ En déduire le triangle MNP.

② Soit Q le point d'affixe $z_Q = \alpha^3$.

ⓐ Montrer que :

(Le quadrilatère MNQP est un losange) équivaut à ($\alpha^3 = -2\alpha$).

ⓑ Déterminer que les valeurs de α pour les quelles MNQP est un losange.



Retour

Exercice 7 ☆☆☆☆

Session principale 2016

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $b = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$.

1. a) Construire dans le repère $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ les points A et B.

   b) Ecrire a et b sous forme algébrique.

2. La droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par A et la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par B se coupent en un point C.

   a) Déterminer l'affixe c du point C.

   b) Vérifier que $c^2 = 1 + 2i\sqrt{6}$.

3. On considère le point D d'affixe c^2.

   a) Montrer que $OD = 5$.

   b) En déduire une construction du point D.

4. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation

$$2z^2 - 2z - i\sqrt{6} = 0$$

   On désigne par z_1 la solution dont la partie réelle et la partie imaginaires sont positives et par z_2 l'autre solution.

5. Soit les points I, M_1 et M_2 d'affixes respectives 1, z_1 et z_2.

   a) Justifier que le point M_1 est le milieu du segment [IC].

   b) Montrer que le quadrilatère OCM_1M_2 est un parallélogramme.

   c) Construire les points M_1 et M_2.

Retour

Exercice 8 ★★☆☆

Session de contrôle 2016

Dans la figure de l'annexe jointe, $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ est un repère orthonormé direct du plan, (C) est le cercle de centre O et de rayon 1 et A le point de (C) d'abscisse $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$ et d'ordonnée positive.

On note a l'affixe de A.

1. Soit θ une mesure de l'angle orienté $\left(\vec{u}, \overrightarrow{OA}\right)$.

   a. Donner, en fonction de θ, l'écriture exponentielle de chacun des nombres complexes a, $\overline{a}$, a^2 et $\overline{a}^2$.

   b. Construire sur l'annexe les points B, C et D d'affixes respectives $\overline{a}$, a^2 et $\overline{a}^2$.

2. a. Justifier que $\overline{a}+\overline{a}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$.

   b. Montrer que a et $\overline{a}$ sont les solutions de l'équation

$$(E) : z^2-\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)z+1=0.$$

3. a. Montrer que pour tout nombre complexe z,

$$z^5-1=(z-1)\left[z^2-\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)z+1\right]\left[z^2+\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)z+1\right]$$

   b. En déduire que a est une racine cinquième de l'unité.

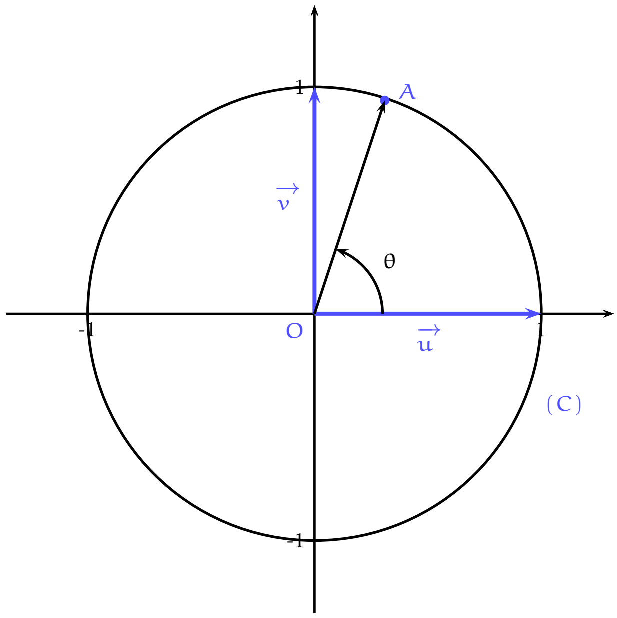
4. a. Donner sous forme exponentielle les racines cinquième de l'unité distinctes de 1.

   b. Vérifier que $e^{i\frac{2\pi}{5}}$ est l'unique racine cinquième de l'unité dont la partie réelles et la partie imaginaires sont strictement positives.

   c. En déduire que $a=e^{i\frac{2\pi}{5}}$.

5. Soit I le point d'affixe 1.

   Montrer que les points I, A, C, D et B sont les sommets d'un pentagone régulier.



Retour

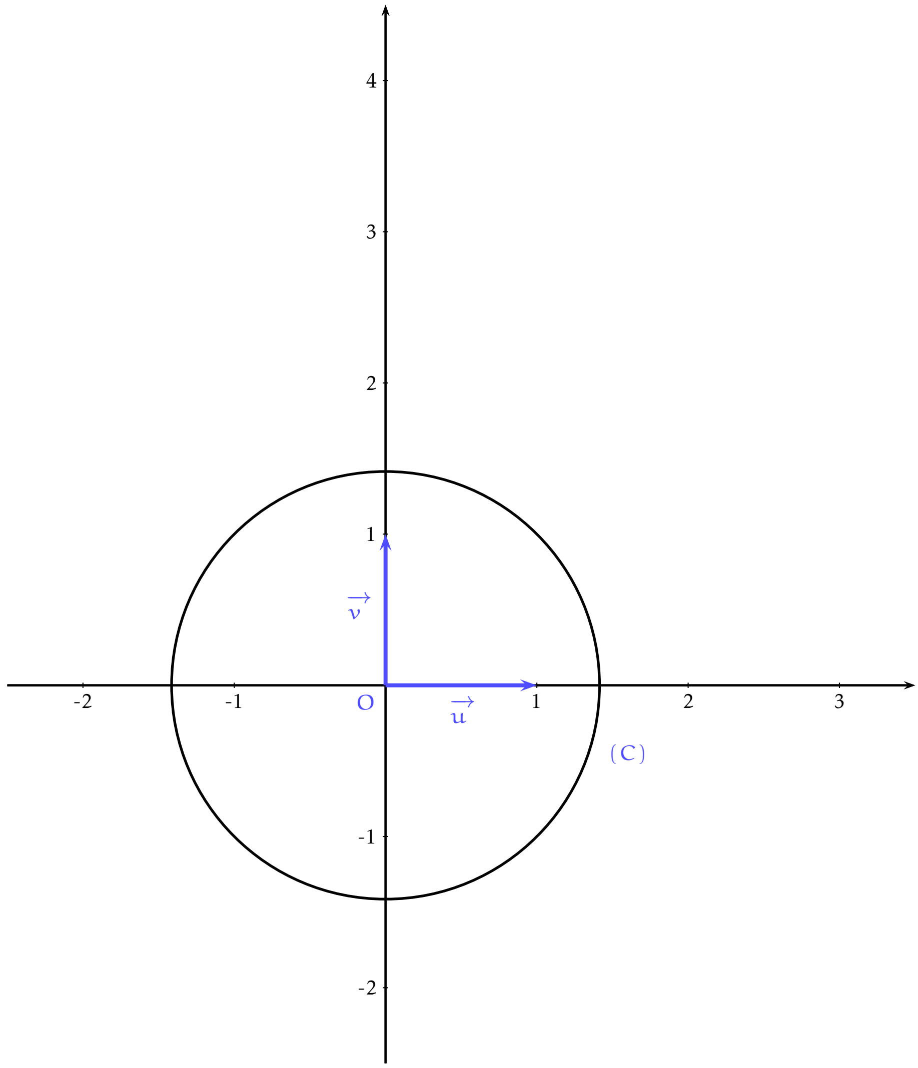
Exercice 9 ☆☆☆☆ *Session principale 2015*

Dans la figure de l'annexe jointe, $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ est un repère orthonormé direct du plan et (C) est le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{3}$.

1. Soit A le point d'affixe $a = 1 + i\sqrt{2}$.
   - a) Montrer que A appartient au cercle (C).
   - b) Placer A.
2. On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E) : z^2 - 2i\sqrt{3}z - 6i\sqrt{2} = 0$
   - a) Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égale à $12a^2$.
   - b) En déduire que les solutions de l'équation (E) sont :

$$z_1 = \sqrt{3}\left[-1 + i(1 - \sqrt{2})\right] \text{ et } z_2 = \sqrt{3}\left[1 + i(1 + \sqrt{2})\right]$$

3. On considère le point K d'affixe $z_K = i\sqrt{3}$ et on désigne par M_1 et M_2 les point d'affixes respectives z_1 et z_2.
   - a) Vérifier que K est le milieu du segment $[M_1M_2]$.
   - b) Montrer que $\dfrac{z_2 - z_1}{a} = 2\sqrt{3}$.
     En déduire que la droite (M_1M_2) est parallèle à la droite (OA).
   - c) Montrer que $M_1M_2 = 6$.
   - d) Placer le point K et construire les points M_1 et M_2 .



Retour

Exercice 10 ★☆☆☆ *Session de contrôle 2015*

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2 - 4e^{i\frac{\pi}{3}}z + e^{i\frac{2\pi}{3}} = 0$.

1. a) Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égal à $\left(2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^2$.

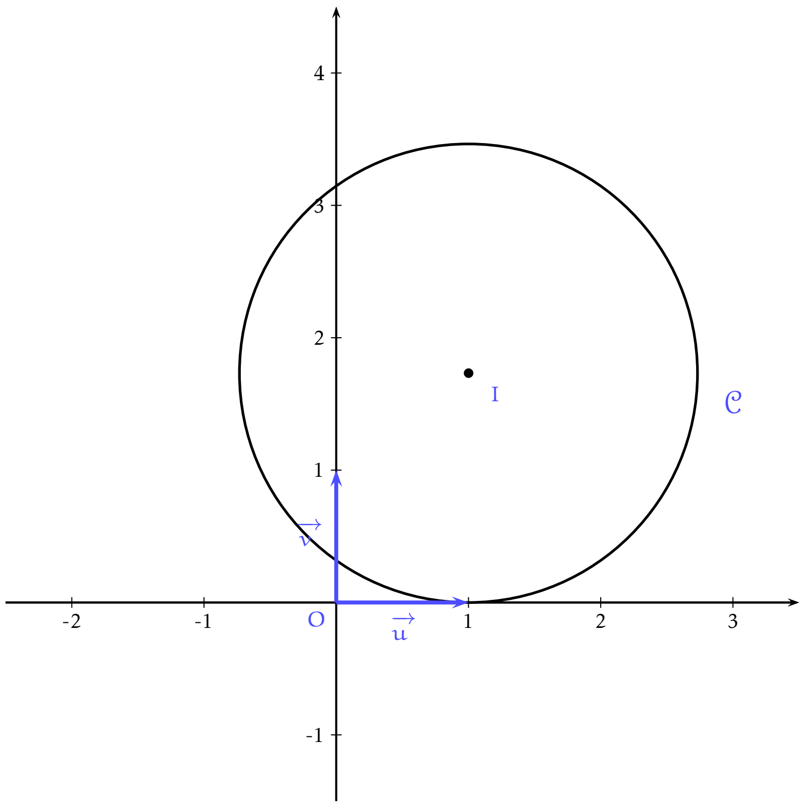
   b) Résoudre l'équation(E). On donnera les solutions sous la forme exponentielle.

2. Dans l'annexe ci-jointe, $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ est un repère orthonormé direct du plan et $\mathcal{C}$ est le cercle de centre le point I d'affixe $z_I = 1 + i\sqrt{3}$ et de rayon $\sqrt{3}$.

   a) Ecrire z_I sous forme exponentielle .

   b) La droite (OI) coupe le cercle $\mathcal{C}$ en deux points A et B tels que $OA < OB$. Placer A et B et justifier que $OA = 2 - \sqrt{3}$ et $OB = 2 + \sqrt{3}$.

   c) En déduire que les affixes respectives z_A et z_B des A et B sont les solutions de l'équation (E).



Retour

Exercice 11 ★★☆☆

Session principale 2014

① Soit les nombres complexes $z_1 = \frac{\sqrt{5}}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = -\frac{\sqrt{5}}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

a) Calculer $z_1 + z_2$ et $z_1 \times z_2$.

b) En déduire que pour tout nombre complexe z,

$$(z - z_1)(z - z_2) = z^2 - i\sqrt{3}z - 2.$$

Dans la suite, on munit le plan d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ et on considère les points M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 et z_2.

② Dans l'annexe ci-jointe on a tracé le cercle (C) de centre O et de rayon $\sqrt{2}$ et on a tracé le point H d'affixe $\frac{-i\sqrt{3}}{2}$.

a) Montrer que M_1 et M_2 appartiennent au cercle (C).

b) Justifier que H est le milieu du segment $[M_1M_2]$.

c) Construire les points M_1 et M_2.

③ Soit K le point d'affixe $-i\sqrt{3}$.

Soit z un nombre complexe et M et N les points d'affixes respectives z et z^3.

a) Montrer que :

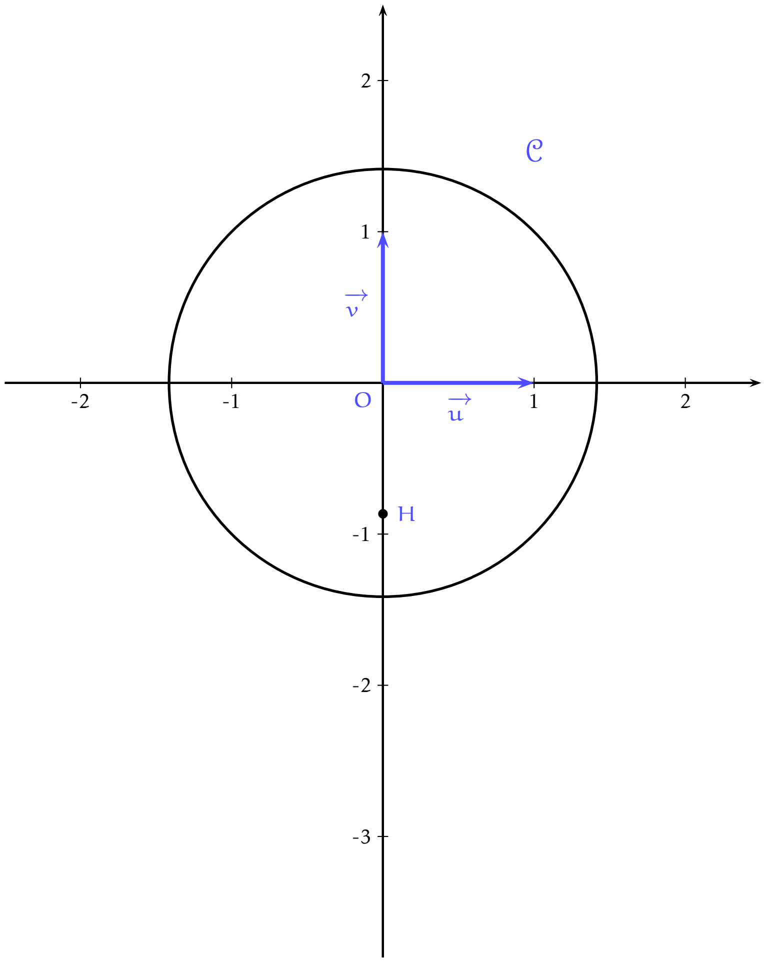
$$K \text{ est le milieu de } [MN] \text{ si et seulement si } (z^3 + z + 2i\sqrt{3} = 0).$$

b) Vérifier que $z^3 + z + 2i\sqrt{3} = (z - i\sqrt{3})(z^2 + i\sqrt{3}z - 2) = 0$.

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^3 + z + 2i\sqrt{3} = 0$.

d) Construire alors les points N_1 et N_2 d'affixes respectives z_1^3 et z_2^3 (On rappelle que z_1 et z_2 sont les affixes respectives des points M_1 et M_2).

e) Déterminer l'affixe a d'un point A de l'axe $\left(O, \vec{v}\right)$ dont le symétrique par rapport au point K est d'affixe a^3.



Retour

EXERCICE 12 ★☆☆☆

Session de contrôle 2014

On considère, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $2z^2 - \sqrt{2}(1-\mathrm{i})z - 2\mathrm{i} = 0$.

1. a. Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égal à $6(1+\mathrm{i})^2$.

   b. résoudre l'équation (E).

2. a. Donner l'écriture exponentielle de $1-\mathrm{i}$.

   b. Vérifier que pour tout nombre complexe z :

$$2\left(\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}\pi}{4}}z\right)^2 - \sqrt{2}(1-\mathrm{i})\left(\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}\pi}{4}}z\right) - 2\mathrm{i} = -2\mathrm{i}(z^2 - z + 1)$$

   c. Montrer que les solutions de l'équation $z^2 - z + 1 = 0$ sont $\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}\pi}{3}}$ et $\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{3}}$.

   d. En déduire une écriture exponentielle de chacune des solutions de (E).

   e. Déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.

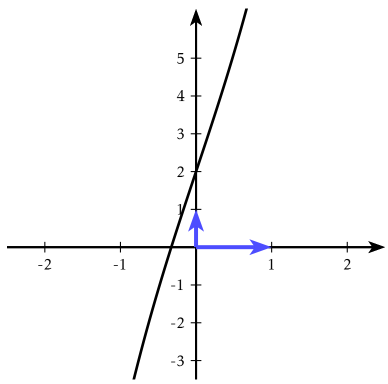
Retour

EXERCICE 13 ★★☆☆

Session principale 2013

I) Dans la figure ci-contre, on a représenté dans un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ la courbe C_f de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 + 6x + 2$$



1. Justifier que l'équation $x^3 + 6x + 2 = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α.
2. Donner un encadrement de α à 10^{-1} prés.

II) On se propose dans cette partie de déterminer la valeur exacte de α.

1. On considère dans $\mathbb{C}$ les équations $(E_1) : z^3 = 2$ et $(E_2) : z^3 = -4$.
   a. Justifier que les solutions de (E_1) sont $a_1 = \sqrt[3]{2}$, $a_2 = \sqrt[3]{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}$ et $a_3 = \sqrt[3]{2}e^{-i\frac{2\pi}{3}}$.
   b. Justifier que les solutions de (E_2) sont $b_1 = -\sqrt[3]{4}$, $b_2 = \sqrt[3]{4}e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $b_3 = \sqrt[3]{4}e^{-i\frac{\pi}{3}}$.
   c. Vérifier que $a_1b_1 = a_2b_2 = a_3b_3 = -2$.
2. Soient a et b deux nombres complexes vérifiant $a^3+b^3 = -2$ et $ab = -2$.
   a. Vérifier que $(a+b)^3 = -2-6(a+b)$.
   b. En déduire que $a+b$ est une solution de l'équation $z^3+6z+2 = 0$.
3. Déduire les solutions de l'équation $z^3+6z+2 = 0$.
4. Conclure.

Retour

Exercice 14 ★☆☆☆

Session principale 2012

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

On désigne par (C) le cercle de centre O et de rayon 1 et par I et A les points d'affixes respectives 1 et $a = \sqrt{3} + i$.

1. a. Donner la forme exponentielle de a .

   b. Construire le point A.

2. Soit B le point d'affixe $b = \dfrac{a-1}{1-\overline{a}}$

   a. Vérifier que $b\overline{b} = 1$. En déduire que le point B appartient au cercle (C) .

   b. Montrer que $\dfrac{b-1}{a-1}$ est un réel. En déduire que les points A, B et I sont alignés.

   c. Construire le point B dans le repère $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

3. Soit θ un argument du nombre complexe b.

   Montrer que $\cos\theta = \dfrac{2\sqrt{3}-3}{5-2\sqrt{3}}$ et $\sin\theta = \dfrac{2-2\sqrt{3}}{5-2\sqrt{3}}$.

Retour

EXERCICE 15 ★☆☆☆

Session principale 2011

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$.

On considère les points A et B d'affixes respectives $a = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $b = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$.

1. a. Donner l'écriture exponentielle de chacun des nombres complexes a et b.

   b. Vérifier que $b^2 = a$.

2. Soit C le point d'affixe $c = a + b$.

   a. Placer les points A, B et C.

   b. Vérifier que $c = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

3. On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E) : z^2 + z - c = 0$

   a. Vérifier que b est une solution de l'équation (E).

   b. On désigne par d la deuxième solution de l'équation (E).

   Montrer que $d = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}e^{i\left(\frac{-11\pi}{12}\right)}$.

   c. Placer alors le point D d'affixe d.

Retour

EXERCICE 16 ★☆☆☆

Session principale 2010

1. a) Vérifier que $(5+2i)^2 = 21+20i$.

   b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-(5-4i)z-3-15i=0$

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$. On désigne par A, B, A' et B' les points d'affixes respectives $-3i$, $5-i$, -3 et $1+5i$.

2. a) Placer les points A, B, A' et B' .

   b) Montrer que OAA' et OBB' sont des triangles rectangles et isocèles.

3. Soit M un point de la droite (AB) d'affixe z_M.

   a) Montrer qu'il existe un réel k tel que $z_M = 5k+(2k-3)i$.

   b) Montrer que les droites (OM) et $(A'B')$ sont perpendiculaires si et seulement si le point M est le milieu du segment [AB].

   Vérifier que dans ce cas $A'B' = 2OM$.

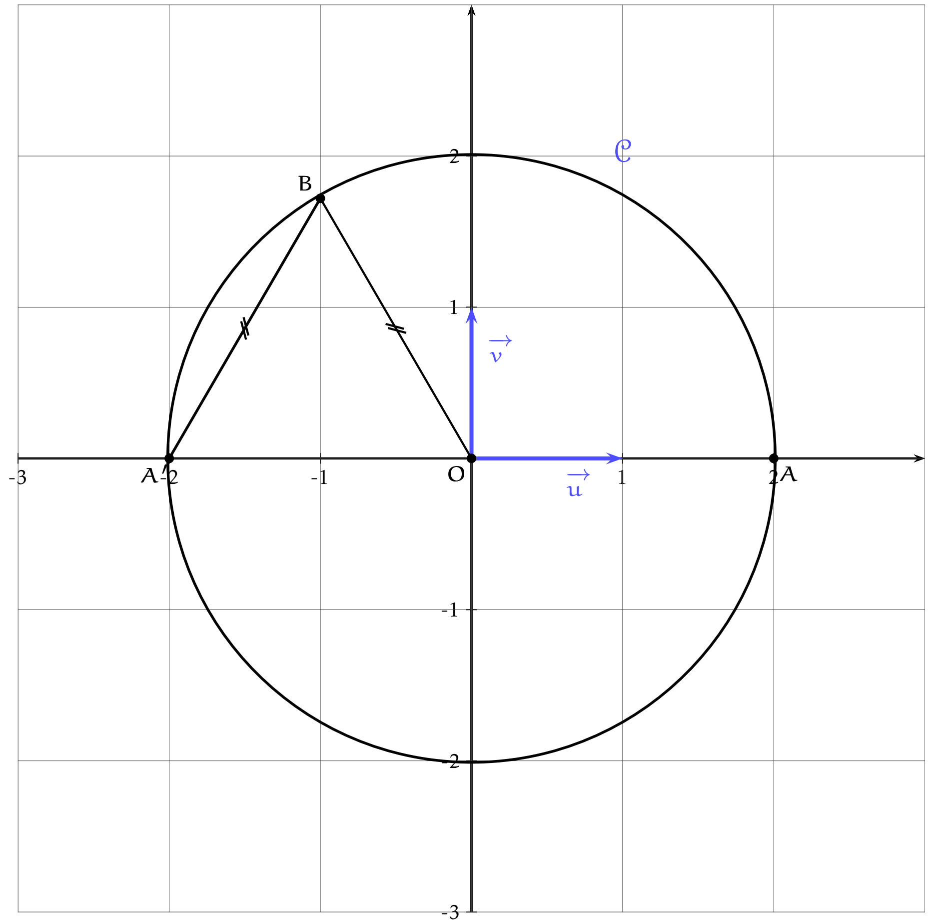
Retour

Exercice 17 ★★☆☆

Session principale 2009

Dans la figure de la page annexe , $\left(O,\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$ est un repère orthonormé direct du plan, $\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon 2 et B est un point d'affixe z_B.

1. Déterminer par une lecture graphique le module et un argument de z_B.
   En déduire que $z_B = -1 + i\sqrt{3}$.
2. a) Placer sur la figure le point C d'affixe $z_C = 1 + i\sqrt{3}$.
   b) Montrer que OACB est un losange.
3. On se propose de déterminer l'ensemble E des points M d'affixe z tel que z^3 soit un réel positif ou nul.
   a) Vérifier que les points O, A et B appartiennent à E.
   b) Prouver que tout point M de la demi-droite [OB) appartient à E.
   c) Soit z un nombre complexe non nul, de module r et d'argument θ.
   Montrer que :
   $$z^3 \text{ soit un réel positif ou nul si et seulement si } \theta = \frac{2k\pi}{3}\,;\ k \in \mathbb{Z}.$$
   d) En déduire que E est la réunion de trois demi-droites que l'on déterminera.
   Représenter E sur la figure.



Retour

EXERCICE 18 ★☆☆☆

Session de contrôle 2008

1. a) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E) : z^2 - z + 1 = 0$.

   b) Mettre les solutions de (E) sous la forme exponentielle.

   c) En déduire les solutions de l'équation $(E') : z^4 - z^2 + 1 = 0$.

2. Mettre le polynôme $P(z) = z^4 - z^2 + 1 = 0$ sous la forme d'un produit de deux polynômes du second degré à coefficients réels.

3. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$.
   On désigne par A, B, C et D les images des solutions de l'équation (E') telles que :

$$\mathfrak{Re}(z_A) > 0, \ \mathfrak{Im}(z_A) > 0, \ \mathfrak{Re}(z_B) > 0 \text{ et } \mathfrak{Im}(z_D) > 0.$$

   a) Placer les points A, B, C et D .

   b) Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.

Retour