EXERCICE N°1

A-Soit la fonction f définie par : $g(x)=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$

a- Déterminer D_g et Calculer $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$;

b- Déduire que g est prolongeable par continuité en 0.

c- Etudier la continuité de g sur D_g .

d- Montrer que l'équation *g(x) = x* admet au moins une solution α *dans]0.1 , 0.5[.*

e- Donner un encadrement de α *a* 10^{-1} *prés.*

B- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+9}+5 & si\ x\le 0\\ \dfrac{\sin(2x)}{\sqrt{x+4}-2} & si\ x>0\end{cases}$

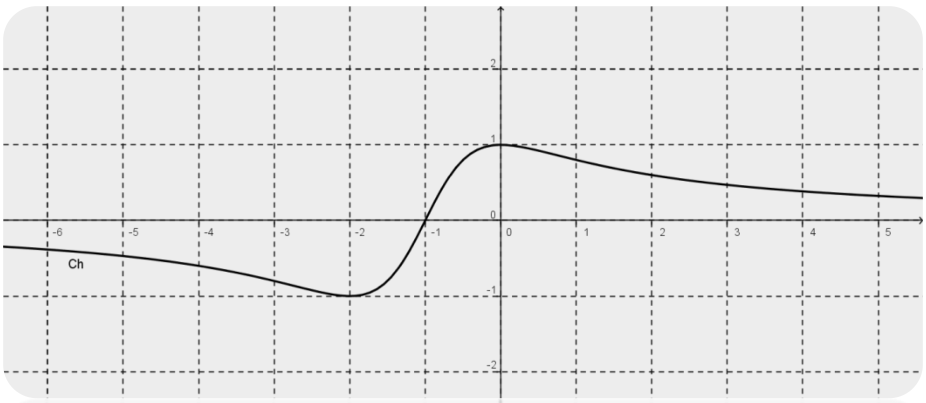
a- Montrer que f est continue en 0.

b- Montrer que pour tout $x>0$ on a : $\dfrac{-1}{\sqrt{x+4}-2}\le f(x)\le\dfrac{1}{\sqrt{x+4}-2}$.

c- En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

d- Montrer que f(α) = $\dfrac{\sin(2\alpha)}{\alpha^2}$

C- La courbe ci- contre est la représentation graphique d'une fonction h définie et continue sur IR.



1) Déterminer graphiquement : h(0), h(-2) , $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.

2) Déterminer les images des intervalles suivantes par h **:** I = $]-\infty,-1[$; J = $[0,+\infty[$ *et* K= IR.

3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} hof(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} foh(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} hof(x)$.

b) Détermine le sens de variation de h sur $-\infty,0]$; Déterminer $foh(]-\infty,-1[)$.

EXERCICE N°2

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Soit les points A, B, C et D du plan complexe d'affixes respectives :

$$z_A = 2\sqrt{3} + 2\,i, \quad z_B = 2\sqrt{3} - 2\,i, \quad z_C = 2\,e^{\frac{i\pi}{6}} \quad et \quad z_D = 4i.$$

1) a) Calculer le module et un argument de z_A , z_B et z_D.

b) Placer les points A, B et C.

c) Donner une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA}\right)$; Quelle est la nature du triangle OAB ?

2) a) Ecrire z_C sous forme algébrique. Montrer que C est le milieu du segment [OA] et du segment [BD].

b) Calculer $\frac{z_B - z_D}{z_A}$ .En déduire la nature du quadrilatère OBAD.

3) Soit le point E d'affixe $z_E = z_A + z_B$

a) Construire le point E puis déterminer z_E sous forme algébrique.

b) Montrer que E est le symétrique de D par rapport a A.

EXERCICE N°3

On pose $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i \quad et \quad z_2 = 1 + \sqrt{3} + (\sqrt{3} - 1)i.$

1) Écrire z_1 et $Z = z_1.z_2$ sous forme trigonométrique.

2) a- En déduire la forme exponentielle de z_2 .

b- En déduire $\cos\frac{\pi}{12}$ et de $\sin\frac{\pi}{12}$

3) Retrouver les résultats de la question précédentes en calculant $(z_2)^2$.

EXERCICE N°4

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{U}, \vec{V})$. Soit $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

On considère les points A,B , M et N d'affixes respectives

$$z_A = -1 \,,\, z_B = \frac{-1}{2} \,, \quad z_M = -\cos\theta.e^{i\theta} \quad et \quad z_N = i.\sin\theta.e^{i\theta}$$

1) Montrer que B est le milieu du segment [MN].

2) Ecrire z_M et z_N sous formes ON) sont perpendiculaires.

3) a) Montrer que le quadrilatère OMAN est un rectangle.

b) Déterminer la valeur de θ pour laquelle OMAN est un carré.

4) Calculer $\left|z_M + \frac{1}{2}\right|$

Déterminer l'ensemble des points M lorsque θ varie dans l'intervalle $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

Fonction composé Continuité

Chokri trabelsi

EXERCICE N°5

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

Soit les points A, B et C du plan complexe d'affixes respectives : $z_A = 2\sqrt{3} + 2i$, $z_B = 2\sqrt{3} - 2i$ et $z_C = 2e^{\frac{i\pi}{6}}$. a)

1) Calculer le module et un argument de z_A et z_B.

b) Placer les points A, B et C.

c) Calculer $z_A - z_B$.

d) Quelle est la nature du triangle OAB ?

2) a) Ecrire z_C sous forme algébrique.

b) Montrer que C est le milieu du segment [OA].

3) Quelle est la nature du triangle ABC

Chokri trabelsi