

# SERIE FONCTION LN

## Exercice n° 01:

1. Déterminer le domaine de définition  $D_{f_i}$  et calculer  $f'_i(x)$  dans chacun des cas suivants:

$f_1(x) = \ln(1+x^2)$	$f_2(x) = \ln( x )$	$f_3(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$	$f_4(x) = \frac{\ln(x)}{1-\ln(x)}$	$f_5(x) = \ln[\sin(x)]$
-----------------------	---------------------	--	------------------------------------	-------------------------

2. Calculer:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(x)]$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{1+\ln(x)}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\ln\left(\frac{x-\pi}{2}\right)}{\cos(x)}$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$	$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1)^{2016} \cdot \ln^{2017}(x-1)$
---	--	--	--	---

## Exercice n° 02:

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes:

$f_1(x) = \frac{x^2}{x-1}, x \in ]1, +\infty[$	$f_2(x) = \frac{\ln(x)}{x}, x \in ]0, +\infty[$	$f_3(x) = \frac{1}{x \ln(x)}, x \in ]3, +\infty[$
$f_4(x) = \tan(x), x \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$	$f_5(x) = \frac{2 \cos(2x)}{\sin(2x)}, x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$	$f_6(x) = \frac{x+2}{x+3}, x \in ]-\infty, -3[$

## Exercice n° 03:

On donne la courbe représentative d'une fonction  $f$ .



1. Déterminer graphiquement:

- $D_f$
- $f(1)$  et  $f'(1)$ .
- Une équation de la tangente ( $T$ )

2. On sait que  $f(x) = 2 \ln(x) + \frac{a}{x} + b$ ;  $(a; b) \in \mathbb{R}^2$ .

- Calculer  $f'(x)$ .
- Déterminer alors  $a$  et  $b$ .

**Exercice n° 04:**

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$ .

1. Déterminer  $D_f$ .
2. Dresser le tableau de variation de  $f$ .
3. Soit  $g$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $] -1, +\infty[$ 
  - (a) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $] -1, +\infty[$  sur un intervalle  $I$  que l'on précisera.
  - (b) Déterminer le domaine de dérivabilité de  $g^{-1}$ .
  - (c) Tracer  $(\mathcal{C}_{g^{-1}})$ .

**Exercice n° 05:**

Soit  $f(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{x+1}\right)$ .

1. Déterminer  $D_f$ .
2. Dresser le tableau de variation de  $f$ .
3. Montrer que le point  $A\left(-\frac{3}{4}; \ln(2)\right)$  est un centre de symétrie de  $(\mathcal{C}_f)$ .
4. Tracer  $(\mathcal{C}_f)$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
5. Soit  $g$  la restriction de  $f$  à  $] -\infty, -1[$ 
  - (a) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $] -\infty, -1[$  sur un intervalle  $I$  que l'on précisera.
  - (b) Déterminer le domaine de dérivabilité de  $g^{-1}$ .
  - (c) Tracer  $(\mathcal{C}_{g^{-1}})$ .

**Exercice n° 06:**

Soit  $f(x) = \begin{cases} x^2\sqrt{|\ln(x)|} & \text{si } x \in ]0, +\infty[ \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ .

1. Etudier la continuité de  $f$  à droite en 0.
2. Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite en 0 et en 1. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
3. Dresser le tableau de variation de  $f$ .
4. Tracer  $(\mathcal{C}_f)$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
5. Soit  $g$  la restriction de  $f$  à  $[1, +\infty[$ 
  - (a) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $[1, +\infty[$  sur un intervalle  $I$  que l'on précisera.
  - (b) Déterminer le domaine de dérivabilité de  $g^{-1}$ .
  - (c) Tracer  $(\mathcal{C}_{g^{-1}})$ .