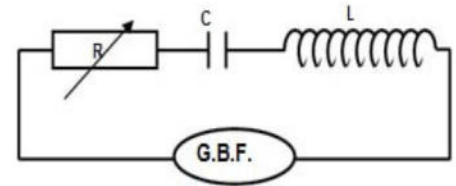


**A- Etude expérimentale**



Lorsque le générateur **GBF** impose, aux bornes du circuit **RLC**, une tension alternative, sinusoïdale périodique  $U(t) = U_m \sin(\omega t + \epsilon)$  de fréquence **N**, le circuit **RLC** série et le siège d'oscillation électrique sinusoïdale périodique a' la fréquence **N** imposé par le **GBF**.

- Le circuit **RLC** est soumis a' une tension excitatrice qui impose leur fréquence.
- Le circuit **RLC** résonne en intensité de même fréquence que le générateur.
- Le circuit **RLC** se comporte comme un oscillateur réalisant des oscillations forcées.

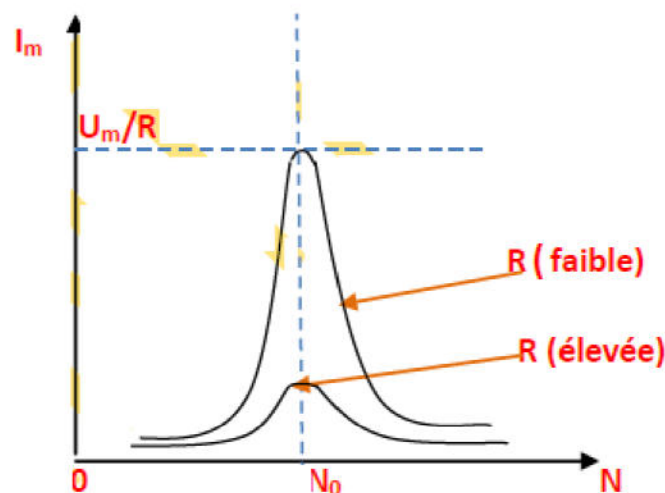
Les oscillations sont **entretenu**(ne sont plus amortie) ce qui prouve qu'il y'a toujours un transfert d'énergie de l'excitateur qui est le **GBF** vers le résonateur qui est le circuit **RLC**.

- Le générateur est appelé **excitateur**.
- Le circuit **RLC** est appelé **résonateur**.

- Soit  $I = I_m \sin(\omega_e t + \epsilon_i)$ . Avec  $\begin{cases} N : \text{fréquence du générateur } (\omega = 2\pi N) \\ N_0 : \text{fréquence propre du circuit LC} \end{cases}$
- $I_m$  et  $\epsilon_i$  dépend de **N** (fréquence imposée par le générateur).

$$\text{Si } N = N_0 : \begin{cases} I_m = \frac{U_m}{R}, \text{ L'amplitude est maximale} \\ U \text{ et } i \text{ sont en phase : } \epsilon_i = \epsilon_u \end{cases}$$

- On dit que Le circuit est a' la résonance d'intensité, et sa réponce en intensité est maximale

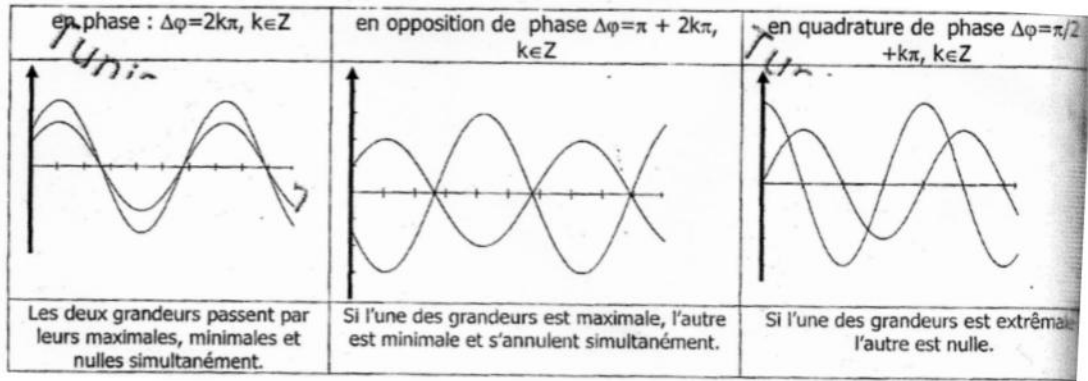


**B- Etude théorique (Influence du N sur  $I_m$  et  $\epsilon_i$ ).**

**Détermination de  $I_m$  et  $\epsilon_i$  en fonction de N Par la construction de Fresnel**

**Rappel**

**1- Valeur particulière du déphasage**



**2- Vecteur de fresnel**

A toute fonction sinusoïdale  $U = a \sin(\omega t + \epsilon)$  on associe un vecteur de Fresnel tournant à la vitesse angulaire  $\omega$  (dans le sens trigonométrique) de module  $a$  et d'angle polaire  $\epsilon$ .

$U = U_m \sin(\omega t + \epsilon) \longrightarrow \vec{V}(U_m, \epsilon)$ ; Vecteur tournant à la vitesse  $\omega$ .

**1- Equation différentielle**

D'après la loi des mailles  $U_c + U_L + U_R = U L \frac{di}{dt} + \left( \text{---} \right) + \frac{q}{c} = U$

$L \frac{di}{dt} + (R+r)i + \frac{1}{C} \int i dt = u$  Avec  $\begin{cases} U = U_m \sin(\omega t + \epsilon u) \\ I = I_m \sin(\omega t + \epsilon i) \end{cases}$

**2- Résolution de l'équation différentielle**

L'équation différentielle précédente a pour solution  $i(t) = I_m \sin(\omega t + \epsilon_i)$

A chaque tension de l'équation différentielle on associe un vecteur tournant: un vecteur de Fresnel.

- $U(t) = U_m \sin(\omega t + \phi_u)$  correspond le vecteur de Fresnel :  $V[U_m, \phi_u]$ .
- $R_t i(t) = R_t I_m \sin(\omega t + \phi_i)$  correspond le vecteur de Fresnel :  $V_1[R_t I_m, \phi_i]$ .
- $L \frac{di}{dt} = L \omega I_m \sin(\omega t + \phi_i + \frac{\pi}{2})$  correspond le vecteur de Fresnel :  $V_2[L \omega I_m, \phi_i + \frac{\pi}{2}]$ .
- $\frac{1}{C} \int i dt = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \phi_i - \frac{\pi}{2})$  correspond le vecteur de Fresnel :  $V_3[\frac{I_m}{\omega C}, \phi_i - \frac{\pi}{2}]$ .
- D'après l'équation différentielle on peut écrire :  $V_1 + V_2 + V_3 = V$ .



3- La construction de Fresnel

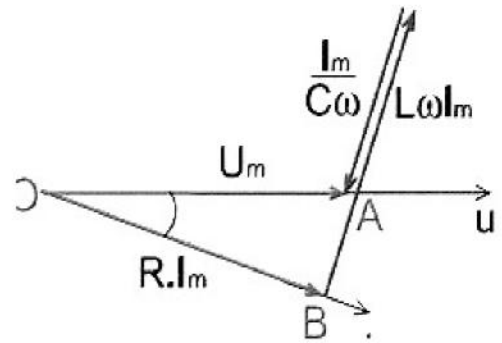
1<sup>er</sup> cas  $\omega_e > \omega_0$  ;  $L\omega > \frac{1}{C\omega}$  ;  $N > N_0$ .

$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$

$\epsilon_u > \epsilon_i$  :  $U(t)$  est en avance de phase par rapport à  $i(t)$

$Tg(\epsilon_u - \epsilon_i) = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}$  et  $\cos(\epsilon_u - \epsilon_i) = \frac{R I_m}{U_m}$

Remarque :  $(\epsilon_u - \epsilon_i) \in [0; \frac{\pi}{2}]$  Donc  $tg(\epsilon_u - \epsilon_i) > 0$ . **le circuit est dit inductif**



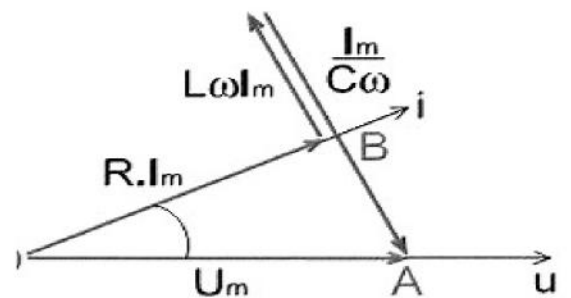
2<sup>ème</sup> cas  $\omega_e < \omega_0$  ;  $\frac{1}{C\omega} > L\omega$  ;  $N < N_0$

$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$

$\epsilon_i > \epsilon_u$  :  $i$  est en avance de phase par rapport à  $U$ .

$Tg(\epsilon_u - \epsilon_i) = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}$  et  $\cos(\epsilon_u - \epsilon_i) = \frac{R I_m}{U_m}$

Rq :  $(\epsilon_u - \epsilon_i) \in [0; -\frac{\pi}{2}]$  Donc  $tg(\epsilon_u - \epsilon_i) < 0$ . **le circuit est dit capacitif**



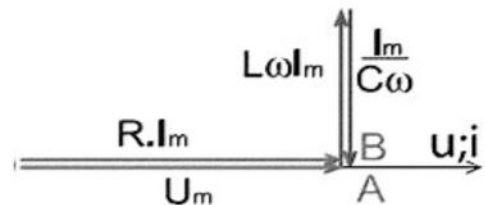
3<sup>ème</sup> cas  $\omega_e = \omega_0$  ;  $\frac{1}{C\omega} = L\omega$  ;  $N = N_0$  (Résonance d'intensité)

$R I_m = U_m \implies I_m = \frac{U_m}{R} Z \implies$

$\implies \cos(\epsilon_u - \epsilon_i) = 1 \implies \epsilon_u = \epsilon_i$

$\implies i$  sont en phase

$\implies$  circuit est en état de résonance d'intensité **Le circuit est dit résistif**



Conclusion

L'amplitude :  $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$ . L'impédance

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U\sqrt{2}}{I\sqrt{2}} = \frac{U}{I} = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

Le déphasage :  $tg(\epsilon_u - \epsilon_i) = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}$  et  $\cos(\epsilon_u - \epsilon_i) = \frac{R I_m}{U_m} = \frac{R}{Z}$

A la résonance d'intensité  $\begin{cases} N = N_0 \\ \epsilon_u = \epsilon_i \\ I_m = \frac{U_m}{R+r} \end{cases}$   $U(t)$  et  $i(t)$  sont en phase.

Intensité efficace =  $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$  tension efficace  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$



Trois cas sont possibles :

$L\omega_m < \frac{1}{C\omega} \iff \omega < \omega_0$ Circuit capacitif	$L\omega_m = \frac{1}{C\omega} \iff \omega = \omega_0$ Circuit résistif	$L\omega_m > \frac{1}{C\omega} \iff \omega > \omega_0$ Circuit inductif
$\phi_u < \phi_i$ u(t) est en retard de phase par rapport à $u_m(t)$ (càd à i(t)).	$\phi_u = \phi_i$ u(t) et $u_m(t)$ sont en phase avec (de même pour u(t) et i(t)).	$\phi_u > \phi_i$ u(t) est en avance de phase par rapport à $u_m(t)$ (càd à i(t)).

**4- Coefficient de surtension \_ Facteur de qualité ( $\omega_e = \omega_0$ ).**

- $Q = \frac{U_c}{U} = \frac{U_{cm}}{U_m} = \frac{I_m}{C\omega_0 R I_m} = \frac{1}{C\omega_0 R}$
- $Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_{Lm}}{U_m} = \frac{L\omega_0 I_m}{R I_m} = \frac{L\omega_0}{R}$ 
  - Q augmente si L est élevé ou si R et C sont faibles.
  - Si Q est trop élevé, la surtension devient dangereuse tant pour l'utilisateur que pour les composants du circuit (**claquage** du condensateur ou production des **étincelle** entre les spires de la bobine).
  - Si  $Q \leq 1$  il n'y a pas surtension.
  - Si  $Q > 1$  il y a surtension.

**5- La puissance moyenne électrique**

- La puissance moyenne consommée par le circuit.

$$P_u = UI \cos(\epsilon_u - \epsilon_i). \text{ Avec } \begin{cases} I = \frac{U}{Z} \\ \cos(\epsilon_u - \epsilon_i) = \frac{R}{Z} = R/Z \end{cases} \implies P_u = R I^2$$

➤ **A' la résonance d'intensité  $P_u = UI \cos(\epsilon_u - \epsilon_i) = UI = R I^2$ . (Puissance maximale)**

- La puissance moyenne consommée par la bobine.

$$P_b = U_b I \cos(\epsilon_b - \epsilon_i) \text{ Avec } \begin{cases} U_b = Z_b I \\ \cos(\epsilon_b - \epsilon_i) = \frac{r}{Z_b} = \frac{r}{Z_b} \end{cases} \implies P_b = r I^2$$

- La puissance moyenne consommée par le résistor.

$$P_R = U_R I \cos(\epsilon_R - \epsilon_i) \text{ Avec } \begin{cases} U_R = R I \\ \cos(\epsilon_R - \epsilon_i) = 1 \end{cases} \implies P_R = R I^2$$

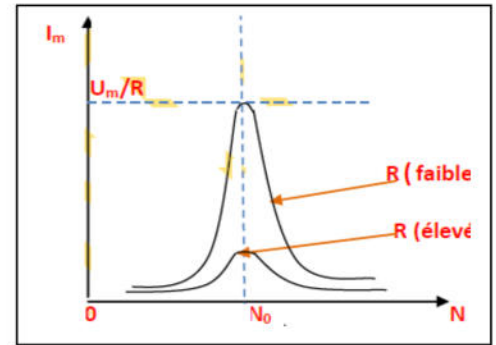


### 6- Influence de la résistance

A' la résonance aigue : le circuit est dit **sélectif**. (R faible)

A' la résonance floue : le circuit est dit **peu sélectif**. (R important)

### 7- Remarques très importants



- $U_R(t) = R i(t) = R I_m \sin(\omega t + \epsilon_R)$  Avec  $U_{Rm} = R I_m$  et  $\epsilon_R = \epsilon_i$   
 $U_R(t)$  est en **retard** de phase par rapport à  $U(t)$  si le circuit est **inductif**.  
 $U_R(t)$  est en **avance** de phase par rapport à  $U(t)$  si le circuit est **capacitif**.  
 $U_R(t)$  est en **phase** par rapport à  $U(t)$  si le circuit est **résistif**.
- $U_C(t) = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{I_m}{C\omega} \sin(\omega t + \epsilon_i - \frac{\pi}{2})$  Avec  $U_{Cm} = \frac{I_m}{C\omega}$  et  $\epsilon_C = \epsilon_i - \frac{\pi}{2}$   
 Quel que soit la fréquence N on a toujours  $U_C(t)$  en **retard** de phase par rapport à  $U(t)$ .
- $U_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \omega I_m \sin(\omega t + \epsilon_i + \frac{\pi}{2})$  Avec  $U_{Lm} = L \omega I_m$  et  $\epsilon_L = \epsilon_i + \frac{\pi}{2}$   
 Quel que soit la fréquence N on a toujours  $U_L(t)$  en **avance** de phase par rapport à  $U(t)$ .
- $U_b(t) = U_{bm} \sin(\omega t + \epsilon_b)$  Avec  $U_{bm} = I_m \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} = I_m Z_b$  et  $\text{tg}(\epsilon_b - \epsilon_i) = \frac{L\omega}{r}$   
 Quel que soit la fréquence N on a toujours  $U_b(t)$  en **avance** de phase par rapport à  $U(t)$ .
- $U_{bc}(t) = U_{bcm} \sin(\omega t + \epsilon_{bc})$  Avec  $U_{bcm} = I_m \sqrt{(r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = I_m Z_{bc}$   
 $\text{tg}(\epsilon_{bc} - \epsilon_i) = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{r}$   
 $U_{bc}(t)$  est en **avance** de phase par rapport à  $U(t)$  si le circuit est **inductif**.  
 $U_{bc}(t)$  est en **retard** de phase par rapport à  $U(t)$  si le circuit est **capacitif**.  
 $U_{bc}(t)$  est en **phase** par rapport à  $U(t)$  si le circuit est **résistif**.



- $I_m = \frac{U_m}{Z}$  avec  $Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$  d'après Pythagore
- $I_m = \frac{U_{cm}}{Z_c}$  avec  $Z_c = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow U_{cm} = \frac{I_m}{C\omega}$
- $I_m = \frac{U_{bm}}{Z_b}$  avec  $Z_b = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$  d'après Pythagore
- $I_m = \frac{U_{bcm}}{Z_{bc}}$  avec  $Z_{bc} = \sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$  d'après Pythagore

