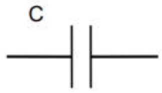
Resumée de cours physique

I- Le condensateur :

Le condensateur est un composant électrique qui peut stocker de l'énergie lorsqu'il est chargé.

Son symbole est le suivant :



La charge d'un condensateur est par convention la charge prise par l'armature vers laquelle est orienté le sens de courant électrique.

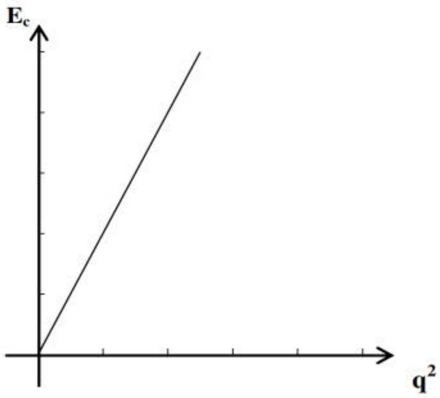
En courant contenu q est donnée pat la relation q = I. t.

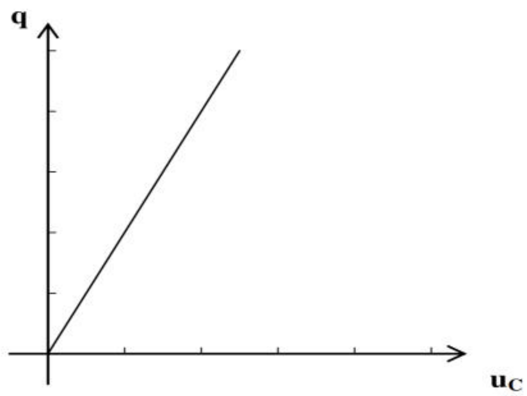
Si le courant est variable $i = \frac{dq}{dt}$.

Pour un condensateur plan l'expression de sa capacité est donnée par la relation suivante :

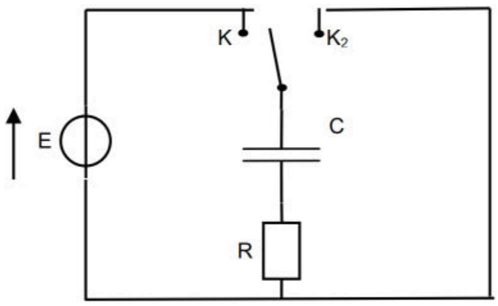
$C = \varepsilon \frac{S}{e} = \varepsilon_r . \varepsilon_o \frac{S}{e}$.

La tension au bornes du condensateur est $u_C = \frac{q}{C}$ son énergie est $E_C = \frac{1}{2} C\, u_C^{\,2} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$.





II- Le dipôle RC :



1- Réponse du dipôle RC à un échelon de tension :

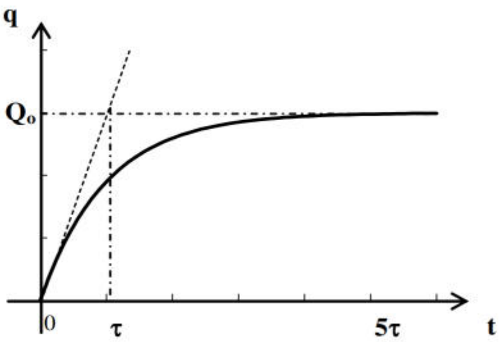
Le condensateur se charge progressivement lorsqu'on applique à ces bornes un échelon de tension E.

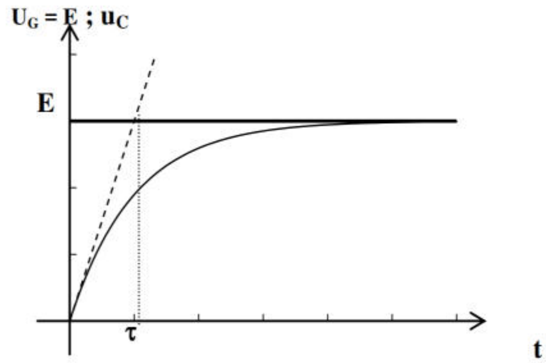
L'équation différentielle en q (ou en u_C) est la suivante :

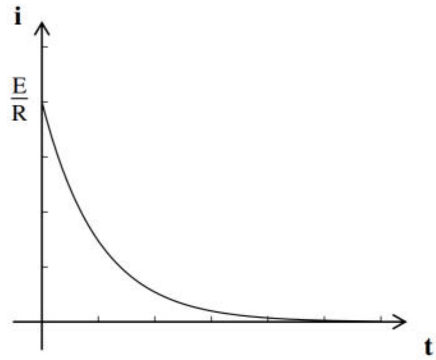
$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$. $\left(\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC} \right)$

La solution est de la forme : $q(t) = Q_o[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})]$ $\left(u_C(t) = E\,[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})] \right)$ avec $\tau = RC$

et $Q_o = C.E$







2- Décharge d'un condensateur à travers un conducteur ohmique :

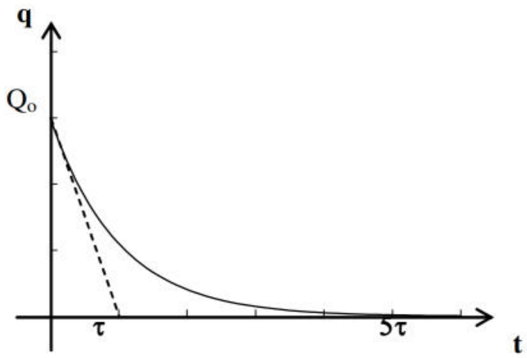
Le condensateur se décharge progressivement lorsqu'on déplace le commutateur en position (2).

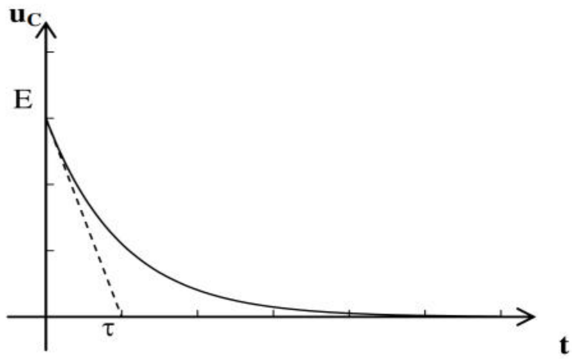
L'équation différentielle en q (ou en u_C) est la suivante :

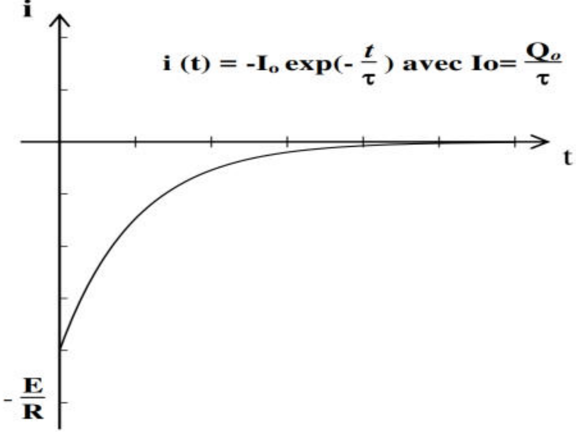
$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0 \qquad \left(\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}\, u_C = 0 \right)$$

La solution est de la forme : $q(t) = Q_o \exp(-\frac{t}{\tau})$ ($u_C(t) = E \exp(-\frac{t}{\tau})$) avec $\tau = RC$

et $Q_o = C.E$





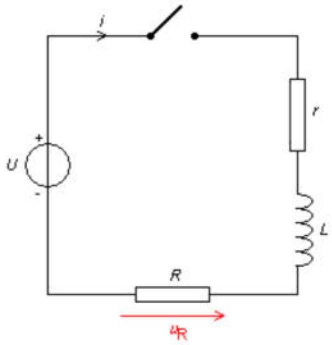


Le condensateur est complètement chargé ou déchargé après une durée de temps

$\Delta t = 4{,}6\tau \approx 5\tau$.

II- Le dipôle RL :

1- Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension :

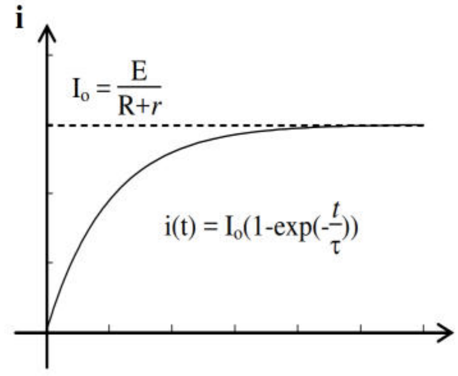


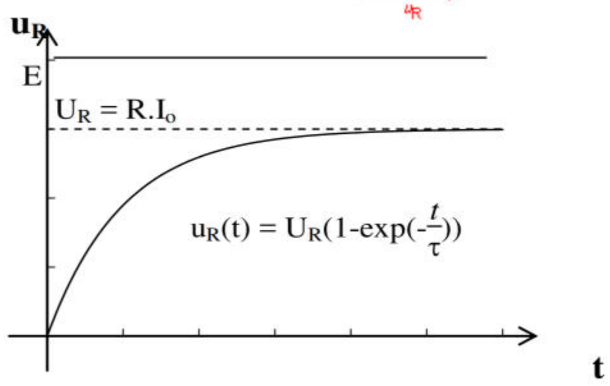
Il s'établit progressivement un courant électrique contenu I_o dans le circuit suite à l'application d'un échelon de tension aux bornes du dipôle RL.

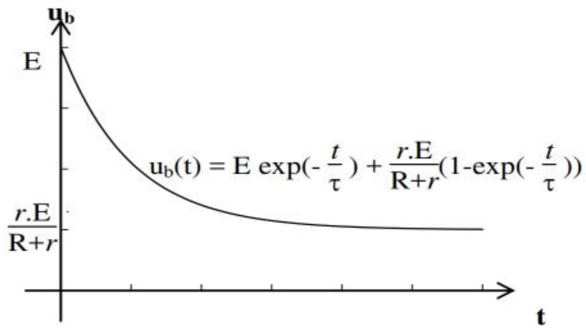
Equation différentielle en i :

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}.i = \frac{E}{L} \qquad \text{avec } \tau = \frac{L}{r+R}$$

La constante de temps τ est une grandeur qui renseigne sur le retard avec lequel le régime permanent s'établit.



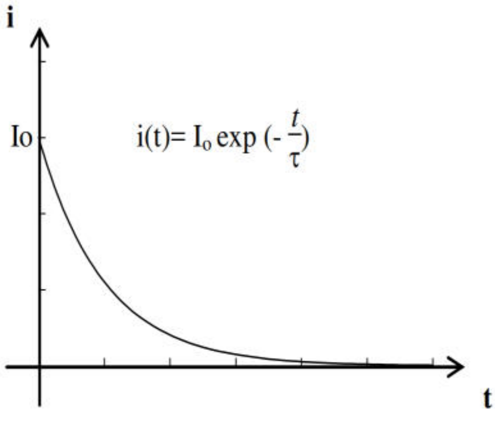


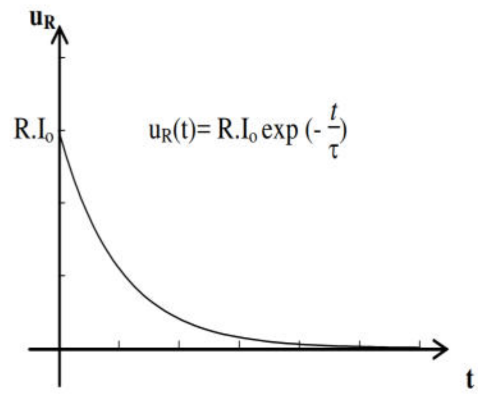


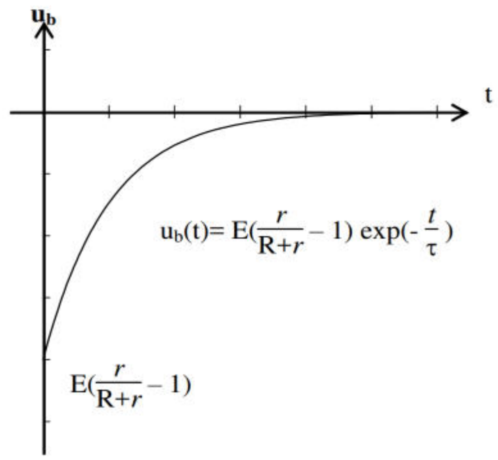
2- Rupture d'un courant dans un circuit RL :

Equation différentielle en i :

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}.i = 0 \qquad \text{avec } \tau = \frac{L}{r+R}$$







En régime permanent la bobine se comporte comme un conducteur ohmique.
L'énergie magnétique restituée dans la bobine lorsqu'elle est parcourue par un courant i est :
$E_L = \frac{1}{2} L.i^2$.

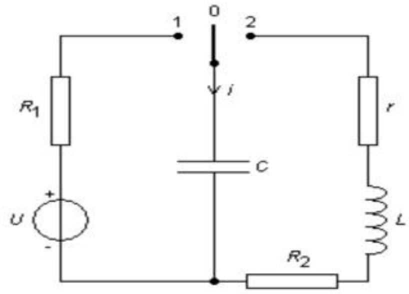
IV- Le dipôle RLC :

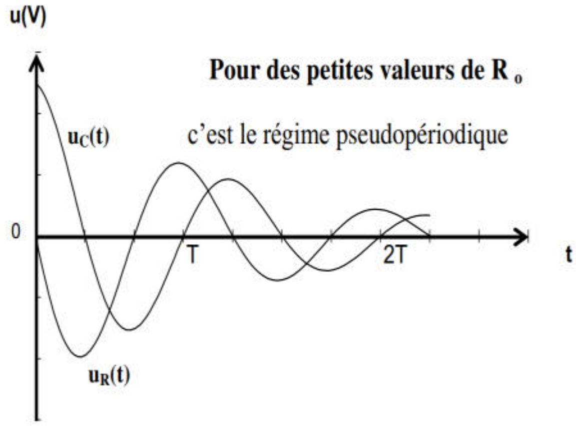
On charge un condensateur et on le connecte en série avec un conducteur ohmique de résistance R_2 et une bobine d'inductance L et de résistance interne r.

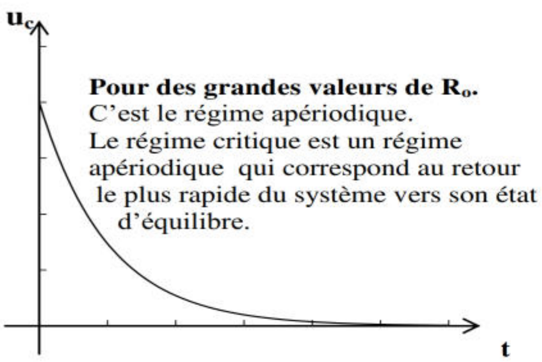
Equation différentielle :

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R_o\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \qquad \text{avec } R_0 = R_2 + r$$

$$LC\,\frac{d^2u_C}{dt^2} + R_oC\,\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

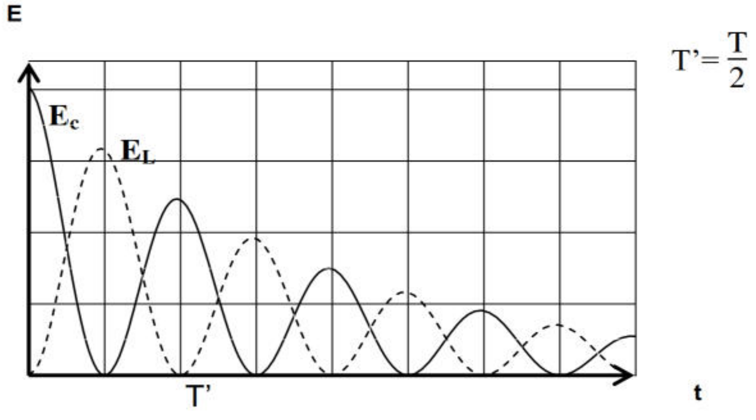






L'énergie totale du circuit diminue au cours du temps à cause de la résistance totale du circuit qui dissipe l'énergie sous forme de chaleur par effet joule.

$$E = E_L + E_c = \frac{1}{2}L.i^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \qquad \text{donc } \frac{dE}{dt} = i\left(L\frac{di}{dt} + \frac{q}{c}\right) = -R_o.i^2 < 0$$



Cas particulier $R_o = 0\Omega$.

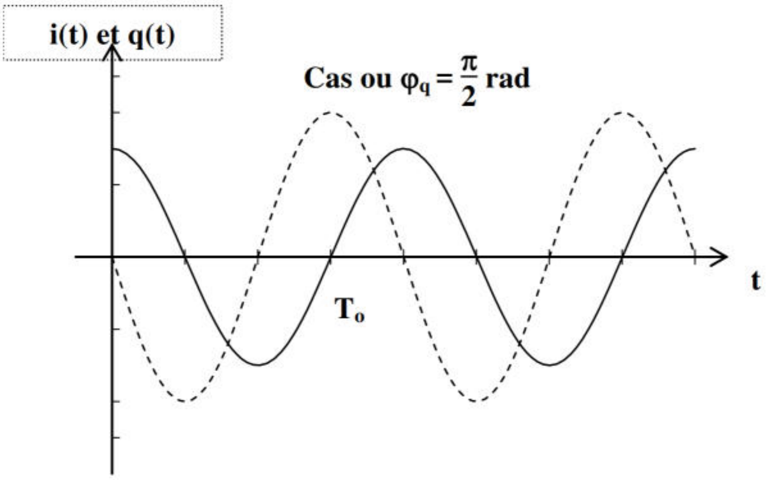
Les oscillations dans ce cas sont libres non amorties dont l'équation différentielle est de la forme :

$L\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{q}{C} = 0$ c.a.d $\dfrac{d^2q}{dt^2} + w_0^2\, q = 0$ avec $w_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ la pulsation propre des oscillations.

La période propre est $T_o = 2\pi\sqrt{LC}$ et la fréquence propre est $N_o = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$q(t) = Q_m \sin(w_0.t + \varphi_q)$ avec $Q_m = C.U_{cm}$

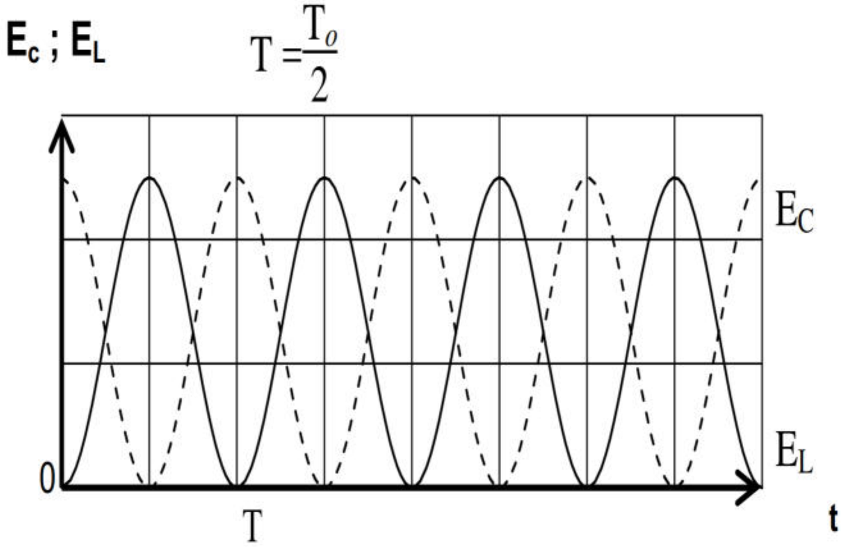
$i(t) = I_m \sin(w_0.t + \varphi_i)$ avec $I_m = w_0.\, Q_m$ et $\varphi_i = \varphi_q + \dfrac{\pi}{2}$



L'énergie totale du circuit reste constante au cours du temps donc le système est conservatif.

$$E = E_L + E_c = \frac{1}{2}L.i^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\,LI_m^2 = \frac{1}{2}\,\frac{Q_m^2}{C}$$

$$\frac{dE}{dt} = i\left(L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{c}\right) = 0$$

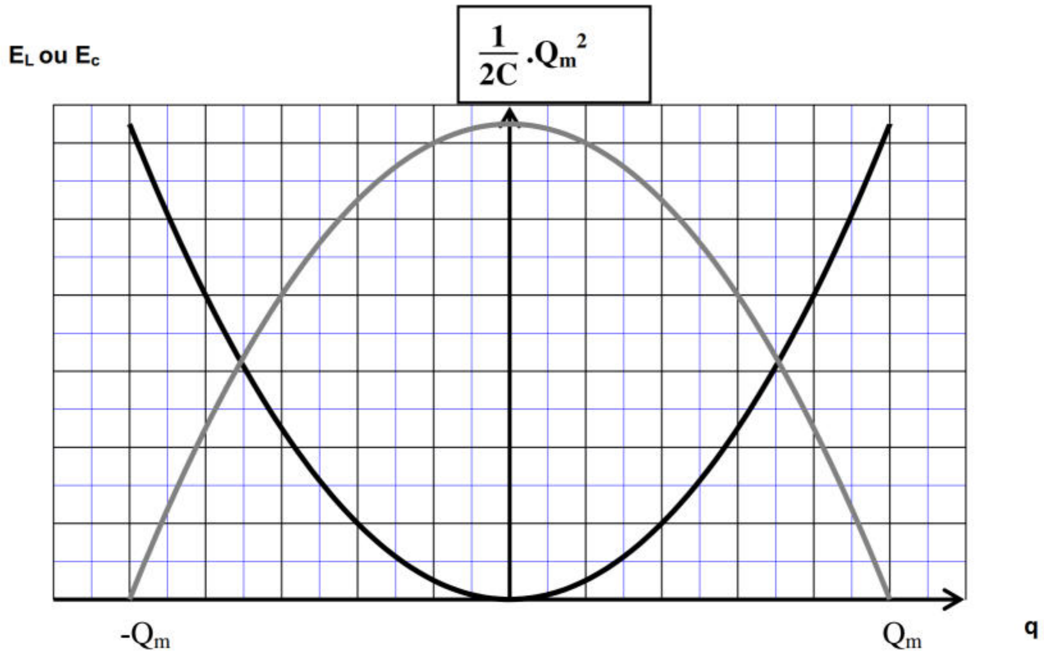


$\dfrac{dE}{dt} = \dfrac{dE_C}{dt} + \dfrac{dE_L}{dt} = 0$ donc $\dfrac{dE_C}{dt} = -\dfrac{dE_L}{dt}$

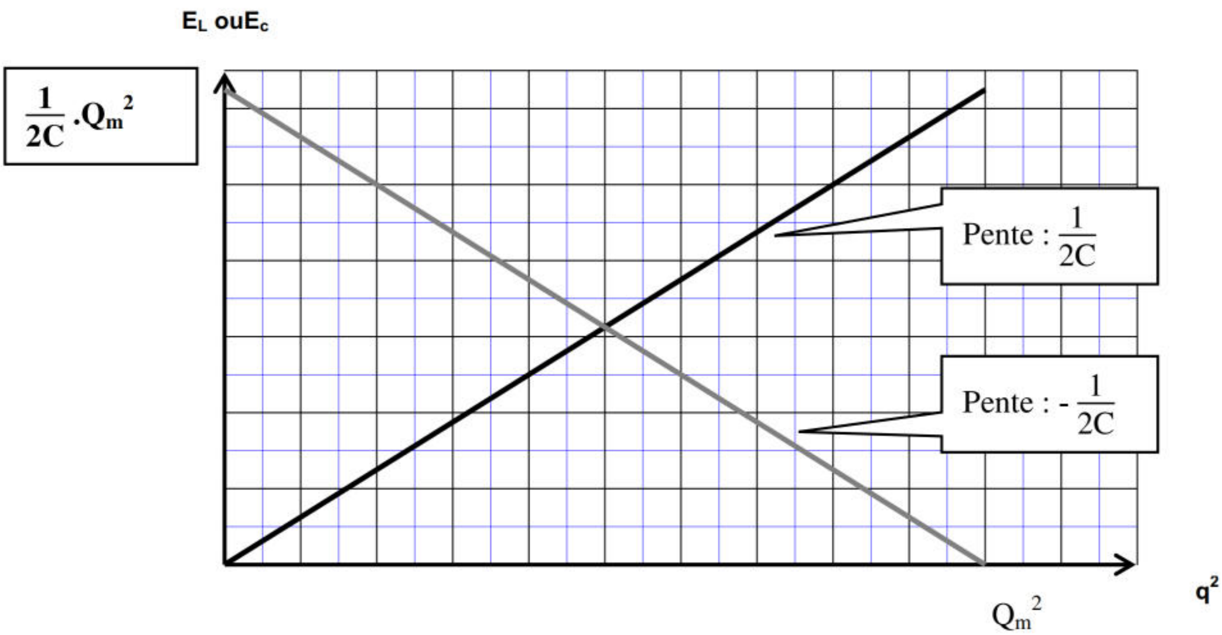
Les oscillations libres non amorties sont dues à une transformation mutuelle et intégralle d'énergie électrique et énergie magnétique.

$E_c = \frac{1q^2}{2C}$ et $E_L = \frac{1}{2C}.Q_m^2 - \frac{1}{2C}q^2$

Courbe de variation de $E_c = f(q)$ et $E_L = g(q)$

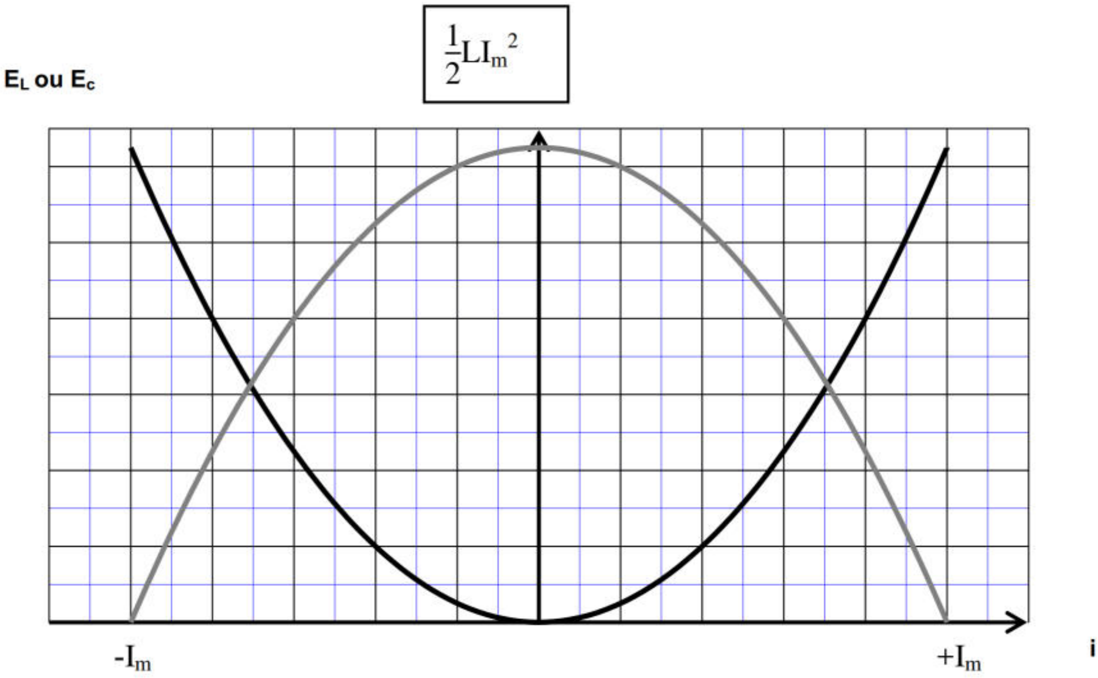


Courbe de variation de $E_c = f(q^2)$ et $E_L = g(q^2)$

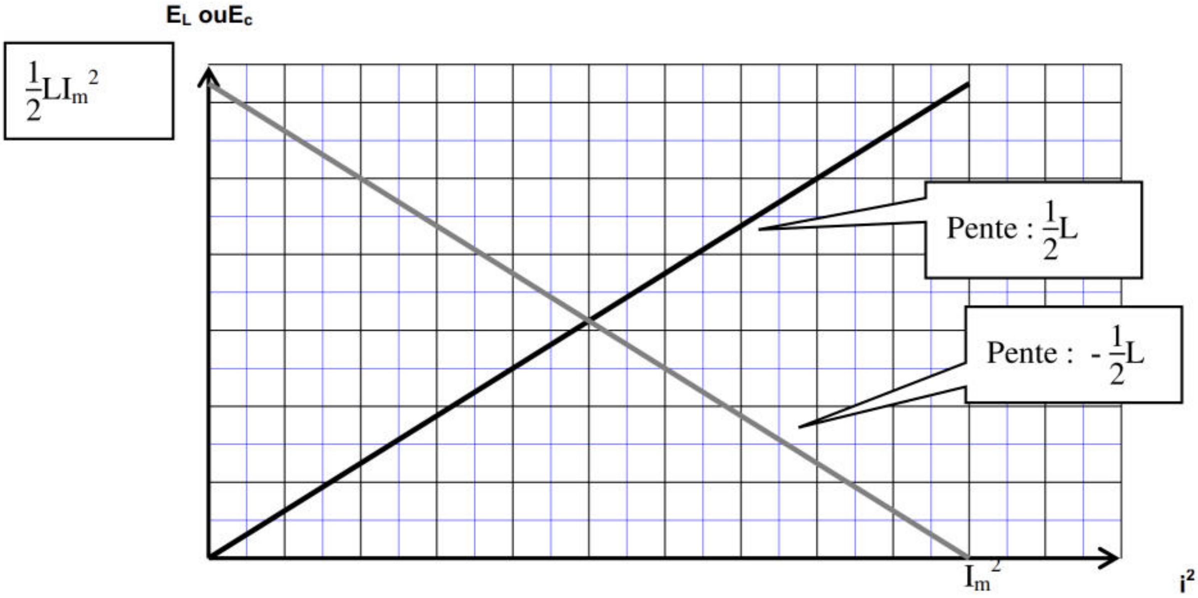


$E_L = \frac{1}{2}L.i^2$ et $Ec = \frac{1}{2}LI_m^2 - \frac{1}{2}Li^2$

Variation de E_L et E_c en fonction de i

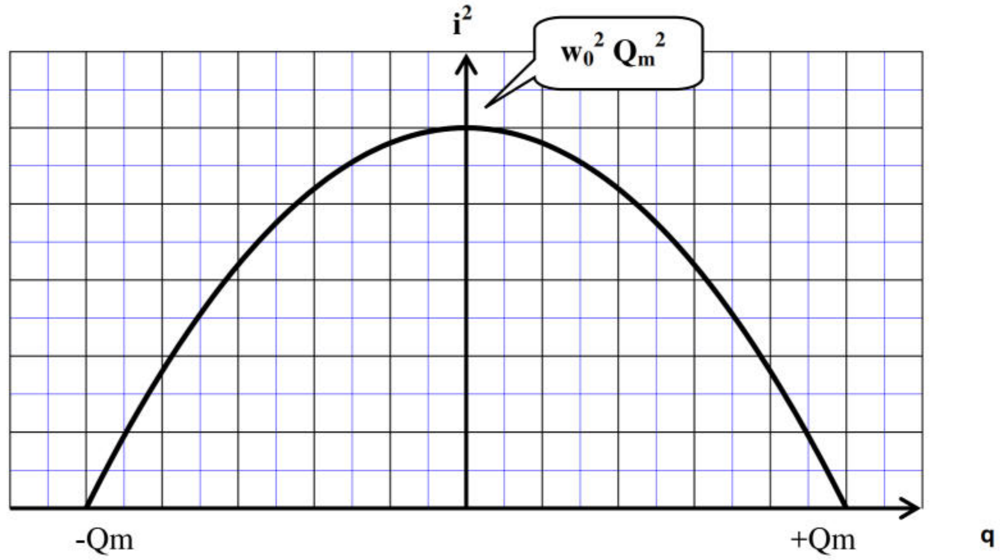


Variation de E_L et E_c en fonction de i^2

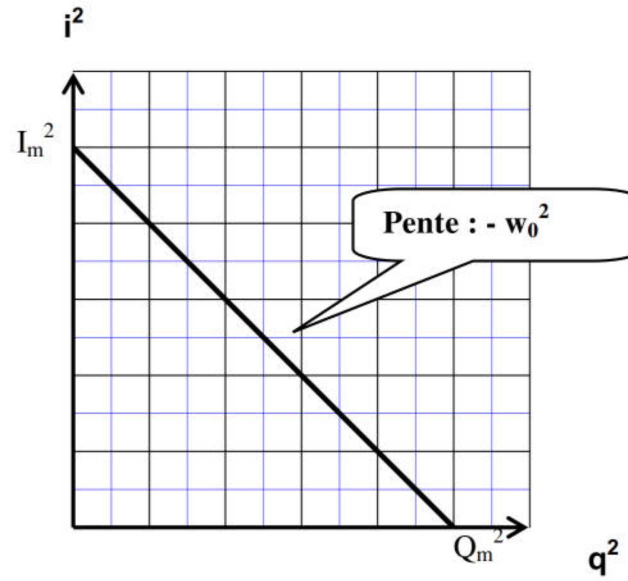


$i^2 = w_0^2\,(Q_m^2 - q^2)$

Variation de $i^2 = f(q)$

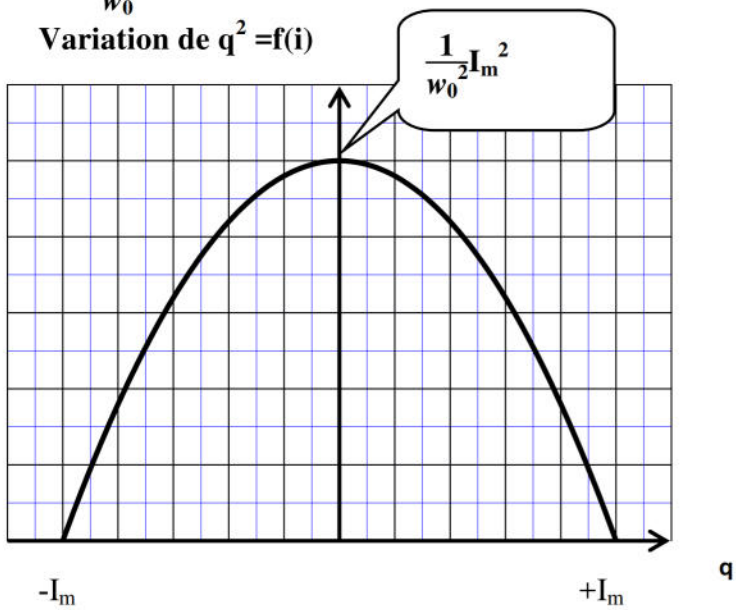


Variation de $i^2 = f(q^2)$



$q^2 = \frac{1}{w_0^2}(I_m^2 - i^2)$

Variation de $q^2 = f(i)$



variation de $q^2 = f(i^2)$