LE CIRCUIT RL

Il y a proportionnalité entre u_B et $\frac{di}{dt}$: $\boxed{u_B = L \times \frac{di}{dt}}$ avec **L l'inductance de la bobine** exprimée en henrys (H)

Etablir l'équation différentielle :

Loi d'additivité des tensions :

$u_R + u_B = E$

Loi d'ohm : $u_R = R \times i$

Relation courant tension :

$$\boxed{u_B = r \times i \ + \ L \times \frac{di}{dt}}$$

D'où

$$R \times i + r \times i \ + \ L \times \frac{di}{dt} = E$$

$$(R + r) \times i \ + \ L \times \frac{di}{dt} = E$$

A l'instant initial, l'intensité est nulle.

En régime établit, il n'y a pas de variation de i, donc $\frac{di}{dt} = 0$ d'où

$$i = \frac{E}{R+r}$$

Résoudre l'équation différentielle :

On considère une bobine idéale, c'est à dire que l'on va négliger r.

Solution générale de la forme :

$$\boxed{i(t) = A + Be^{\frac{-t}{\tau}}}$$

On dérive i(*t*) :

$$\frac{di(t)}{dt} = B \times \left(-\frac{1}{\tau}\right) \times e^{\frac{-t}{\tau}}$$

On réinjecte :

$$\left(-\frac{BL}{\tau} e^{\frac{-t}{\tau}}\right) + R \times (A + Be^{\frac{-t}{\tau}}) = E$$

$$Be^{\frac{-t}{\tau}} \left(-\frac{L}{\tau} + R\right) + RA = E$$

Par identification :

$$\begin{cases} RA = E \\ -\frac{L}{\tau} + R = 0 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} A = \frac{E}{R} \\ \tau = \frac{L}{R} \end{cases}$$

Analyse dimensionnelle de τ

$$\tau = \frac{L}{R} \quad \rightarrow \quad [\tau] = \frac{[L]}{[R]}$$

$$u = L \times \frac{di}{dt} \rightarrow \quad [U] = [L] \times \frac{[I]}{[T]}$$

$$u = R \times i \ \rightarrow \ [U] = [R] \times [I]$$

$$[L] \times \frac{[I]}{[T]} = [R] \times [I] \text{ d'où } \frac{1}{[T]} = \frac{[R]}{[L]}$$

Finalement, $\frac{[L]}{[R]} = [\tau] = [T] = T$ $\qquad$ τ s'exprime en seconde

Energie emmagasinée dans la bobine : $\boxed{E_B = \frac{1}{2} L \times i^2}$