Dipôle RL

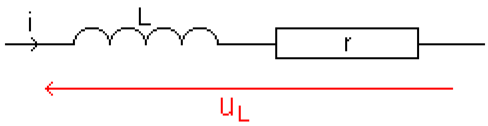
-

I. La bobine en convention récepteur

1. Représentation symbolique

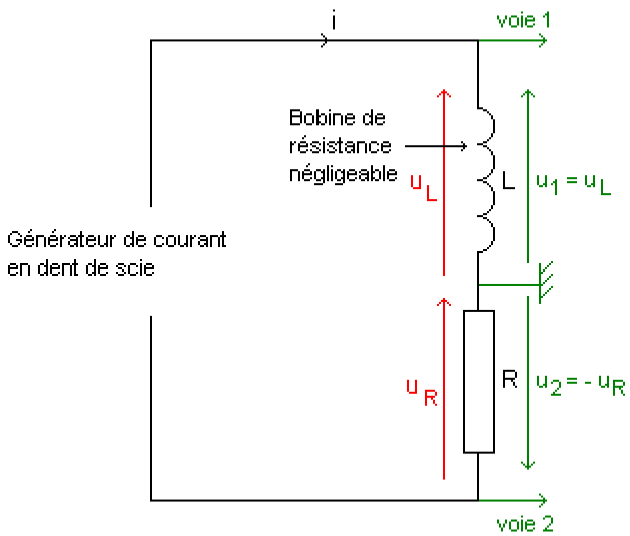
Une bobine est constituée d'un enroulement serré de fil conducteur enrobé d'un matériau isolant. Ce fil conducteur présente le plus souvent une résistance r de faible valeur.

Une bobine de résistance r est équivalente à l'association en série d'une bobine de résistance nulle et d'un conducteur ohmique de résistance r, nous utiliserons la représentation symbolique suivante:

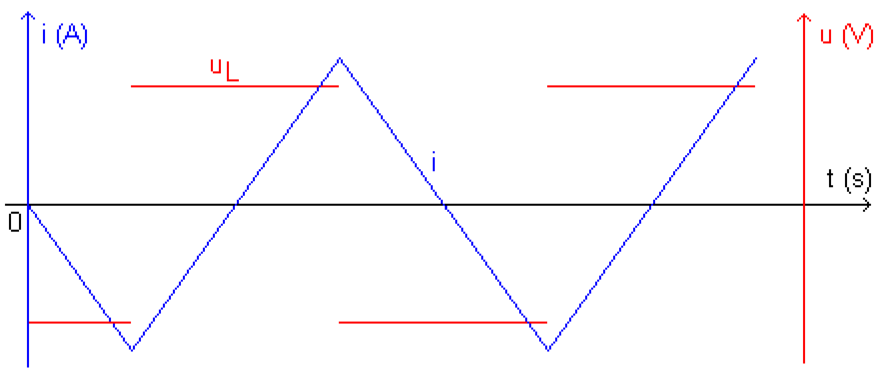


2. Etude expérimentale

On réalise le montage ci-dessous.



L'ordinateur permet de tracer les courbes u_L=f(t) et i=f(t) (car $i = \frac{u_R}{R} = \frac{-u_2}{R}$). On obtient le graphique suivant:



3. Inductance de la bobine

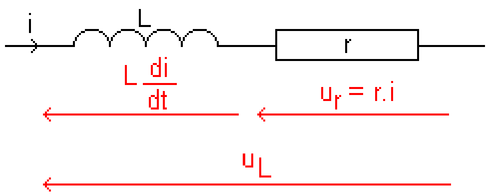
Pendant une demi-période le courant i est de la forme i=a.t+b et de ce fait, $\frac{di}{dt} = a = cte$. La tension aux bornes de la bobine étant elle aussi constante, elle peut s'écrire $u_L = k \cdot \frac{di}{dt}$. Le coefficient k dépend de la bobine. On posera k=L. L s'appelle <u>inductance de la bobine</u> et s'exprime en Henrys (H), d'où:

$$\boxed{u_L = L.\frac{di}{dt}}$$

avec
- u_L: tension aux bournes de la bobine en volts (V).
- L: inductance de la bobine en henrys (H).
- di/dt: dérivée par rapport au temps de l'intensité du courant traversant la bobine en ampères par seconde ($A.s^{-1}$).

4. Tension aux bornes de la bobine

Si la résistance de la bobine n'est pas négligeable, celle-ci peut-être considérée comme l'association série d'un conducteur ohmique et d'une bobine de résistance nulle.



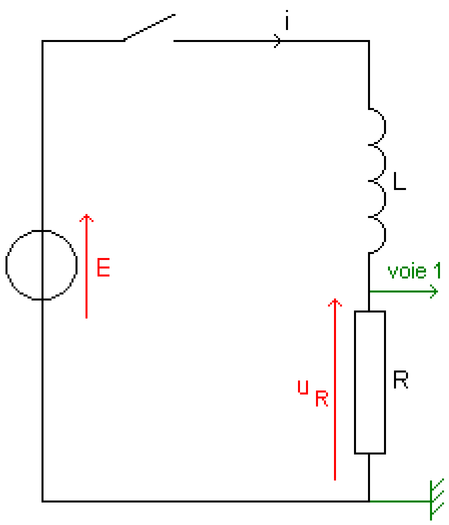
La tension aux bornes de la bobine s'écrit alors:

$$\boxed{u_L = ri + L\frac{di}{dt}}$$

avec
- u_L: tension aux bornes de la bobine en volts (V).
- L: inductance de la bobine en henrys (H).
- r: résistance de la bobine en ohms (Ω).
- i: intensité du courant traversant la bobine en ampères (A).
- di/dt: dérivée par rapport au temps de l'intensité du courant traversant la bobine en ampères par seconde ($A.s^{-1}$).

<u>Remarques</u>

- Dans le cas où la bobine est une inductance pure, sa résistance est nulle et la tension à ses bornes s'écrit $u_L = L\frac{di}{dt}$.
- En régime permanent, le courant est constant (i=cte), la tension aux bornes de la bobine s'écrit u_L=ri: la bobine se comporte comme un conducteur ohmique.

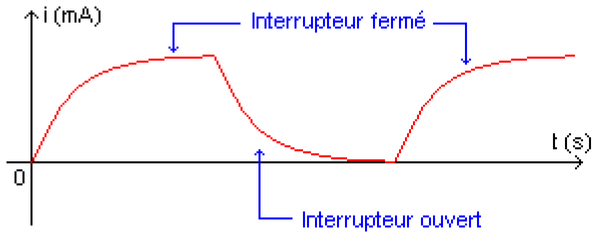


II. Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension

1. Etude expérimentale

On réalise le montage ci-contre:

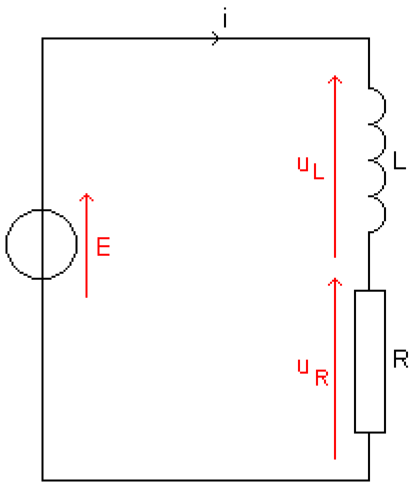
L'ordinateur permet de tracer la courbe i=f(t) (car $i = \frac{u_R}{R}$). On obtient le graphique suivant:



<u>Interprétation:</u>

- *Interrupteur fermé:* Le courant s'installe progressivement: la bobine s'oppose à l'apparition de celui-ci.
- *Interrupteur ouvert:* Le courant diminue progressivement: la bobine s'oppose à la disparition de celui-ci.

<u>Conclusion:</u> Une bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant dans le circuit où elle se trouve.



2. Réponse en courant

a. Equation différentielle

D'après la loi d'additivité des tensions:

$$u_R + u_L = E \Rightarrow Ri + L\frac{di}{dt} = E \Rightarrow \boxed{i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt} = \frac{E}{R}}$$

b. Solution de l'équation différentielle

<u>Remarque préalable:</u> en régime permanent, le courant est constant.

$$i = cte \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i = \frac{E}{R}$$

Vérifions que $i = A + Be^{-t/\tau}$ est solution de l'équation différentielle.

$di/dt = -B/\tau.e^{-t/\tau}$. L'équation différentielle s'écrit alors:

$$A + Be^{-t/\tau} + L/R.(-B/\tau.e^{-t/\tau}) = E/R \Rightarrow A + B.(1 - L/R\tau).e^{-t/\tau} = E/R$$

Cette équation est vérifiée quelquesoit le paramètre t, d'où le système:

$$\begin{cases} A = E/R \\ 1 - L/R\tau = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = E/R \\ \tau = L/R \end{cases}$$

On en déduit que l'intensité du courant s'écrit $i = E/R + B.e^{-t/\tau}$ avec $\tau = L/R$.

D'autre part, à $t = 0$, $i = 0$ => $0 = E/R + B.e^{0}$

=> $B = -E/R$

=> $i = E/R - E/R.e^{-t/\tau}$

=> $\boxed{i = E/R.(1 - e^{-t/\tau})}$

<u>Définition:</u> La grandeur τ=L/R est appelée constante de temps du circuit. Son unité est la seconde (s).

<u>Remarque:</u> analyse dimentionnelle

$u_R = R.i$ => $[R] = [U].[I]^{-1}$

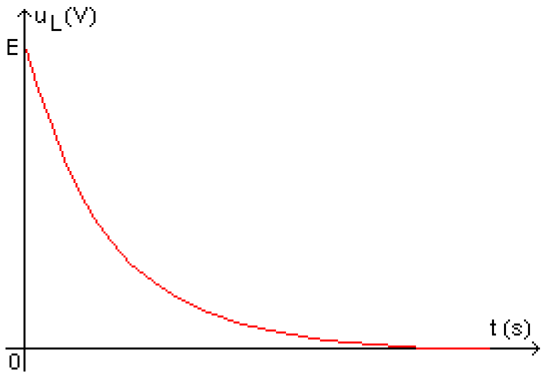
$u_L = L.di/dt$ => $[L] = [U].[T].[I]^{-1}$

$$[L/R] = \frac{[L]}{[R]} \Rightarrow [L/R] = \frac{[U].[T].[I]^{-1}}{[U].[I]^{-1}}$$

=> $[L/R] = [T]$

L/R est homogène à un temps.

<u>Remarque:</u> La constante de temps fournit un ordre de grandeur de la durée de la réponse d'un circuit RL.



3. Réponse en tension

$u_L = L.di/dt$ => $u_L = L.E/R.(1/\tau.e^{-t/\tau})$ avec τ=L/R

=> $\boxed{u_L = E.e^{-t/\tau}}$

<u>Remarque:</u> Détermination de u_L à partir de la loi des tensions:

$u_L + u_R = E$ => $u_L = E - u_R$

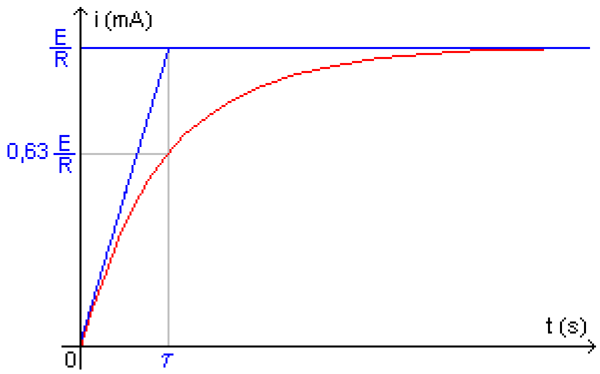
=> $u_L = E - R.i$

=> $u_L = E - R.E/R.(1 - e^{-t/\tau})$

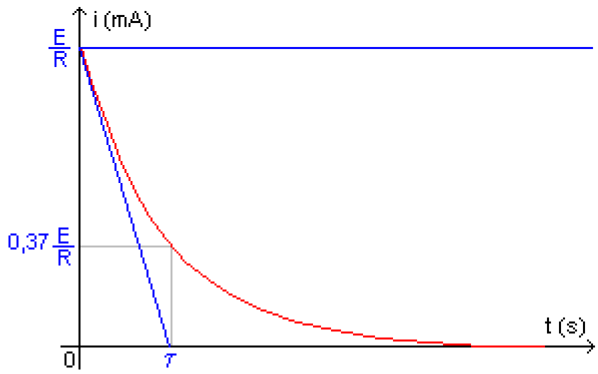
=> $u_L = E.e^{-t/\tau}$

4. Détermination de la constante de temps

- Après une durée τ, l'intensité est égale à 63% de sa valeur maximale.
- Après une durée 5τ, l'intensité est égale à 99% de sa valeur maximale.



Apparition du courant lors de la fermeture du circuit



Disparition du courant lors de l'ouverture du circuit

III. Énergie emmagasinée dans une bobine

Une bobine d'inductance L traversée par un courant i emmagasine l'énergie magnétique :

$$\boxed{E_L = \frac{1}{2} L i^2}$$

avec

- E_L : énergie emmagasinée par la bobine en joules (J).
- L : inductance de la bobine en henrys (H).
- i : intensité du courant traversant la bobine en ampères (A).