Analogie entre les oscillations électriques et les oscillations mécaniques

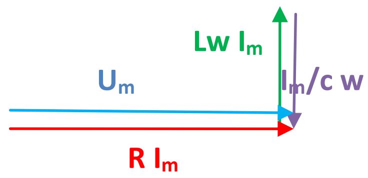
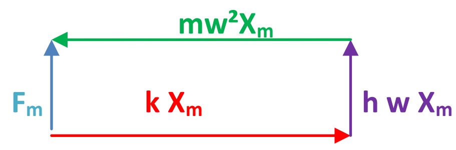
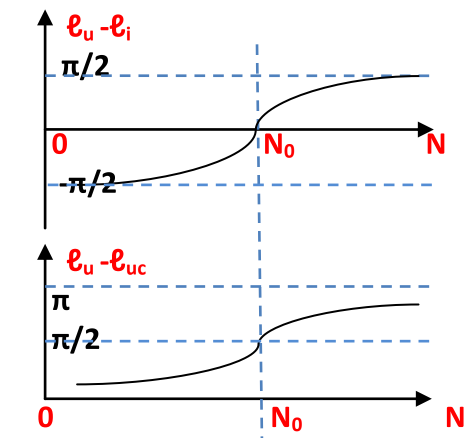
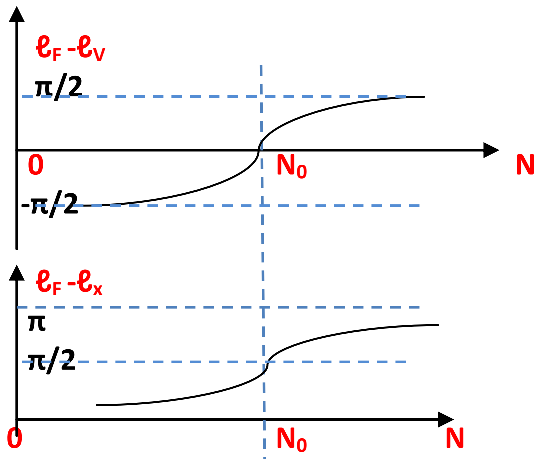
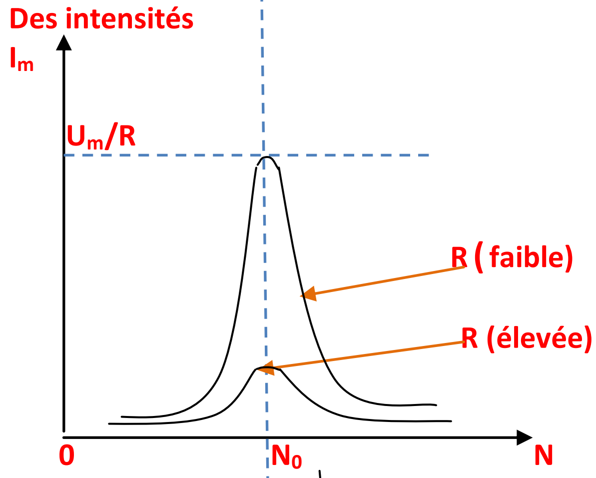
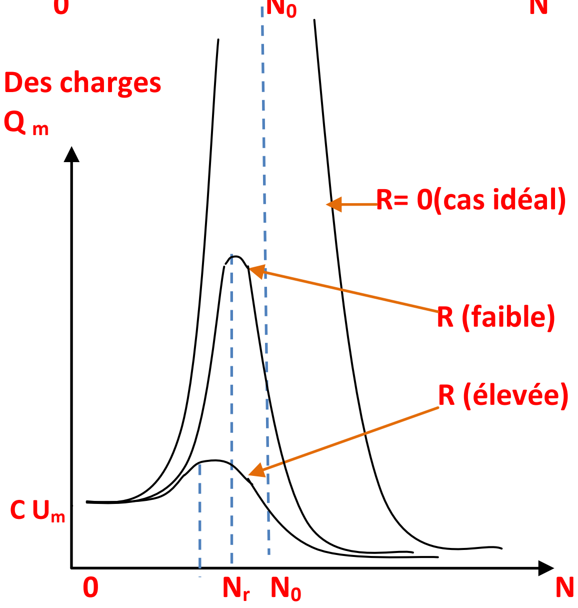
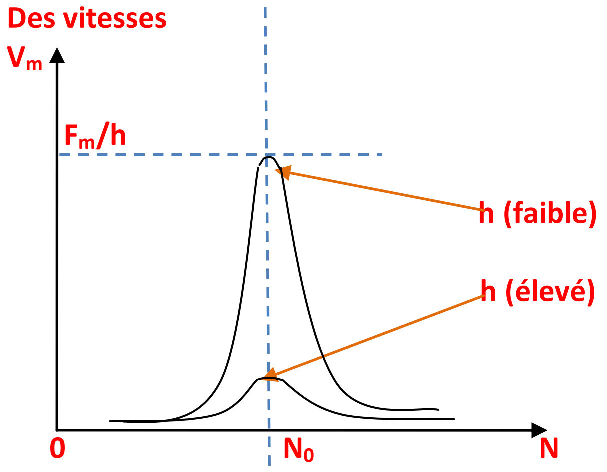
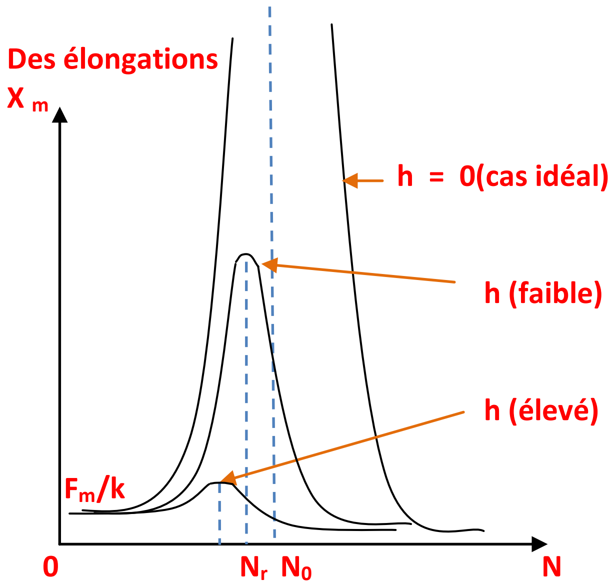
Oscillateur		Electrique : Circuit RLC	Mécanique : Pendule élastique
Grandeurs caractéristiques	Coefficient d'inertie	Inductance L (enH)	Masse m (en kg)
	Coefficient de rappel	Inverse de la capacité	Raideur k (en N. m^{-1})
	Facteur dissipatif	Résistance R(en Ω) $R = R_o + r$	Coefficient de frottement h (en kg. s^{-1})
Grandeurs oscillantes		Charge électrique q (en C)	Elongation x (en m)
		Intensité $i = \frac{dq}{dt}$ (en A)	Vitesse $v = \frac{dx}{dt}$ (en m. s^{-1})

Oscillations libres

			Electrique	Mécanique
Excitation			On charge le condensateur	On écarte le solide de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale
			On déplace un aimant devant la bobine (condensateur déchargé)	On lance le solide à partir de sa position d'équilibre avec une vitesse initiale
Equation différentielle des oscillations	Amorties		$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = 0$	$m\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + k\,x = 0$
	Non amorties		$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ ou $\frac{d^2q}{dt^2} + w_o^2\, q = 0$ avec $w_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$ ou $\frac{d^2x}{dt^2} + w_o^2\, x = 0$ avec $w_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Energie de l'oscillateur	Forme et expression		- électrique $E_e = \frac{1}{2C}q^2$ - magnétique $E_L = \frac{1}{2}L\,i^2$ - électromagnétique : $E = \frac{1}{2C}q^2 + \frac{1}{2}L\,i^2$	-potentielle élastique $E_p = \frac{1}{2}k\,x^2$ - cinétique $E_c = \frac{1}{2}m\,v^2$ - mécanique : $E = \frac{1}{2}k\,x^2 + \frac{1}{2}m\,v^2$
	Variation	Amorties	$\frac{dE}{dt} = -R.\,i^2$ donc E décroit	$\frac{dE}{dt} = -h.\,v^2$ donc E décroit
		Non amorties	R = 0 donc E = constante $E = \frac{1}{2C}Q_m^2 = \frac{1}{2}L\,I_m^2$	h = 0 donc E = constante $E = \frac{1}{2}k\,X_m^2 = \frac{1}{2}m\,V_m^2$

Oscillations forcées en régime sinusoïdal

Excitateur	GBF délivrant une tension $u = U_m\sin(wt + \ell u)$	Moteur exerçant une force $F = F_m\sin(w\,t + \ell_F)$
Equation différentielle des oscillations	$L\frac{d^2q}{dt^2} + R_t\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = u$	$m\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + k\,x = F$
Amplitude	**Des intensités** $I_m = \frac{Um}{\sqrt{Rt^2 + (Lw - \frac{1}{cw})^2}}$	**Des vitesses** $V_m = \frac{Fm}{\sqrt{h^2 + (mw - \frac{k}{w})^2}}$
	Des charges $Q_m = \frac{Um}{\sqrt{(R.w)^2 + (Lw^2 - \frac{1}{c})^2}} = \frac{Im}{w}$	**Des élongations** $X_m = \frac{Fm}{\sqrt{(hw)^2 + (mw^2 - k)^2}} = \frac{Vm}{w}$
Déphasage	$0 < \ell u - \ell q < \pi$ ou $0 < \ell u - \ell u_c < \pi$ $-\pi/2 < \ell u - \ell i < \pi/2$ $\ell u_c < \ell u < \ell u_L$ $tg(\ell u - \ell i) = \frac{Lw - 1/CW}{R}$ $tg(\ell u - \ell_q) = \frac{R\,w}{\frac{1}{C} - L\,w^2}$	$0 < \ell_F - \ell x < \pi$ $-\pi/2 < \ell_F - \ell v < \pi/2$ $\ell_f < \ell_F < \ell_T$ $tg(\ell_F - \ell_V) = \frac{mw - k/w}{h}$ $tg(\ell_F - \ell_X) = \frac{h\,w}{k - m\,w^2}$
Impédance	$Z = \frac{Um}{Im}$ en Ω $Z = \sqrt{R^2 + (Lw - \frac{1}{CW})^2}$	$Z = \frac{Fm}{Vm}$ en kg.s^{-1} $Z = \sqrt{h^2 + (mw - \frac{K}{W})^2}$

Résonance	Condition de résonance	**Des intensités : $N = N_O$** $U_m = R\,I_m$, $u = u_R$, $u_L(t) = -\,u_c(t)$ $Z = R$, $\ell u - \ell i = 0$ $\cos(\ell u - \ell i) = 1$ $\ell u - \ell u_c = \pi/2$ rad $\ell u - \ell u_L = -\,\pi/2$ rad  **Des charges :** $N_r = \sqrt{N0^2 - \frac{R^2}{8\pi^2 L^2}} < N_O$ Pour $R < \sqrt{2\frac{L}{C}} = R_l$ Si $R > R_l$ la réponse est linéaire (Résonance impossible)	**Des vitesses : $N = N_O$** $F_m = f_m = h\,V_m$, $F(t) = -\,f(t)$ $Z = h$, $\ell_F - \ell_V = 0$ $\cos(\ell_F - \ell_V) = 1$ $\ell_F - \ell x = \pi/2$ rad $\ell_F - \ell_f = \pi$ rad $\ell_F - \ell_T = -\,\pi/2$ rad  **Des élongations :** $N_r = \sqrt{N0^2 - \frac{h^2}{8\pi^2 m^2}} < N_O$ Pour $h < \sqrt{2mk} = h_l$ Si $h > h_l$ la réponse est linéaire (Résonance impossible)
	Courbes de déphasages		
	Courbes de résonance	Des intensités  Des charges 	Des vitesses  Des élongations 
Facteur de qualité Q (à la résonance)		$Q = \frac{Ucm}{Um} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{c}}$	$Q = \frac{Tm}{Fm} = \frac{1}{h}\sqrt{mk}$
Puissance moyenne facteur de puissance		$P = U.I.\cos(\ell u - \ell i) = R\,I^2$ $\cos(\ell u - \ell i) = \frac{R}{Z}$	$P = F.V.\cos(\ell_F - \ell_V) = h\,v^2$ $\cos(\ell_F - \ell_V) = \frac{h}{Z}$