

Lycée Bourguiba Monastir

Novembre 2010

Mathématiques

DEVOIR DE CONTROLE N°1

Durée 2h

Mr : Orfi Raouf

4^{ème}T₁₊₂

La qualité de la rédaction ,le soin,la rigueur et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies



Exercice N°1 _____ (5points)

Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$
$f(x)$		4		1	
	$-\infty$		$-\infty$		0

et qui vérifie aussi $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x + 1)] = 0$

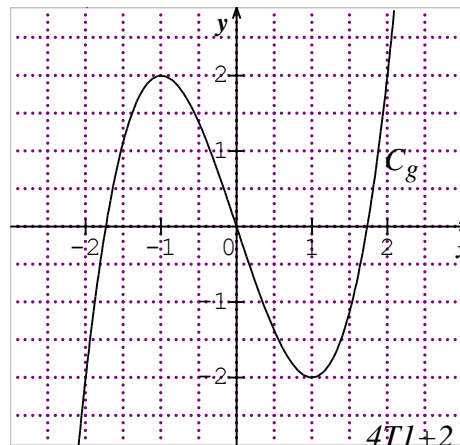
1) Répondre par vrai ou faux : (Noter sur les copies l'alphabet et la réponse correspondante)

- a. (C_f) admet exactement deux asymptotes.
- b. L'équation $f(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} exactement 3 solutions.
- c. $f(]0,3]) =]-\infty, 1[$
- d. l'image de l'intervalle $]0, +\infty[$ par f est égale à $]-\infty, 0[$
- e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$

2)

Voici (C_g) la courbe représentative d'une fonction g . Déterminer en justifiant

- a) $g \circ f(3)$
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f \circ g(x)$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} g \circ f(x)$



Exercice N°2 _____ (5points)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} x^2 + x \sin(\frac{1}{x}) + 3 & \text{si } x < 0 \\ -x^3 - x + 3 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2)a. Montrer que $\forall x < 0, x^2 + x + 3 \leq f(x) \leq x^2 - x + 3$.

b. En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c. Montrer que f est continue en 0

3) a. Montrer que l'équation (E) : $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]1, 2[$

b. Trouver un encadrement d'amplitude 0,1 de cette solution.

c. Donner le signe de $f(x)$ sur \mathbb{R}^+

Exercice N°3 _____ (5points)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v}) , On considère

le points A d'affixe : $z_A = i$

A tout point M d'affixe z différent de -1 , on associe le point M' d'affixe z' :

$$z' = \frac{iz}{z-i} \text{ pour } z \neq i$$

1) a. On suppose que $z = 1-i$, Ecrire z' sous forme algébrique .

b. En remarquant que $z' = i \frac{z}{z-z_A}$ Déterminer alors géométriquement l'ensemble E des points M, distinct de A pour lesquels z' est réel

2) a. Montrer que $z'-i = \frac{-1}{z-i}$

b. On suppose que M d'affixe z parcourt le cercle ζ de centre A et de rayon 1. Montrer que M' d'affixe z' appartient à un cercle que l'on précisera

Exercice N°4 _____ (5points)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v}) , On considère les points

A, B et C d'affixes respectives : $a = 2i$, $b = -\sqrt{3} + i$ et $c = -\sqrt{3} - i$

On pose $Z = \frac{a-b}{c-b}$

1) a. Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes a, b, c

b. Placer les points A, B, C dans le repère (o, \vec{u}, \vec{v})

2) Interpréter géométriquement le module et un argument de Z

3) Ecrire sous forme algébrique et sous forme exponentielle le nombre complexe Z

4) Quelle est la nature du triangle ABC ? justifier votre réponse.

Mathématiques

DEVOIR DE CONTROLE N°1

Durée 2h

Mr : Orfi Raouf

4^{ème}T₁₊₂

La qualité de la rédaction ,le soin,la rigueur et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies



Exercice N°1

(3 points)

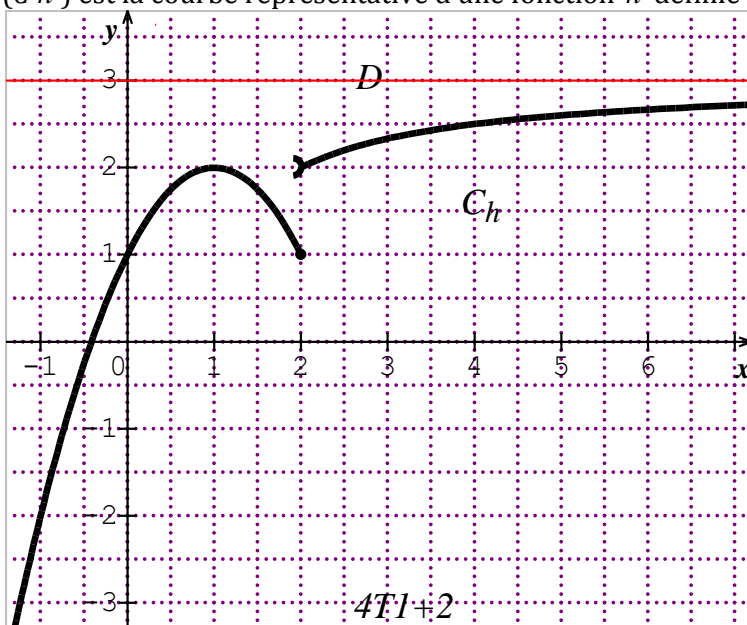
Indiquer la réponse jugée correcte

<p>1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sin(x^2 - 1)}{x^2 + 2x}$ est :</p>	<p>a) $+\infty$ b) 0 c) -1</p>
<p>2) l'image de l'intervalle $[-1,1]$ par la fonction $f: x \mapsto x^2 + 3$ est égale à :</p>	<p>a) $\{4\}$ b) $[0,4]$ c) $[3,4]$</p>
<p>3) L'équation : $x + \cos x = 2$ admet</p>	<p>a) une unique solution dans l'intervalle $]0, \frac{\pi}{2}[$. b) deux solutions dans l'intervalle $]0, \pi[$ c) une unique solution dans l'intervalle $]0, \pi[$</p>

Exercice N°2

(6 points)

(C_h) est la courbe représentative d'une fonction h définie sur \mathbb{R} .



1) Déterminer les limites éventuelles suivantes

$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} h(x)$ et $h(2)$

2) Déterminer l'image par h de chacun des intervalles $]-\infty, 0]$, $]-\infty, 2]$, $]2, +\infty[$ et \mathbb{R}

3) Montrer que l'équation (E) : $h(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]-1, 0[$

4) Soit $g(x) = \frac{1}{2x^2 + 1}$

Déterminer :

a. $h \circ g(0)$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ h(x)$

Exercice N°3 _____ (5points)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v}) , On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = -\sqrt{3} - i$, $z_B = 1 - i\sqrt{3}$, $z_C = \sqrt{3} + i$ et $z_D = -1 + i\sqrt{3}$

1)a. Donner le module et un argument de chacun des nombres complexes z_A, z_B, z_C et z_D

b. Placer alors les points A, B, C et D dans le repère (o, \vec{u}, \vec{v})

2)a. Déterminer l'affixe du milieu du segment de $[AC]$, celui du segment $[BD]$

b. Déterminer un argument de $\frac{z_B}{z_A}$

3) En déduire la nature du quadrilatère ABCD

Exercice N°4 _____ (6points)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v}) , On note A, B, les points d'affixes respectives $z_A = -1$, B d'affixe $z_B = 2i$

A tout point M d'affixe z différent de -1 , on associe le point M' d'affixe z' :

$$z' = \frac{z - 2i}{z + 1} \text{ pour } z \neq -1$$

1)a. On pose $z = x + iy$, $z' = x' + iy'$, ou x, y, x' et y' sont des réels exprimer la partie réelle x' et la partie imaginaire y' de z' en fonction de x et y .

b. Déterminer alors l'ensemble E des points M d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire

2) Retrouver géométriquement l'ensemble E en utilisant les points A et B

3) a. pour $z \neq -1$, calculer $|z' - 1| \cdot |z + 1|$

b. En déduire que si $M \in \zeta_{(A, 2)}$ alors M' parcourt un cercle que l'on précisera

