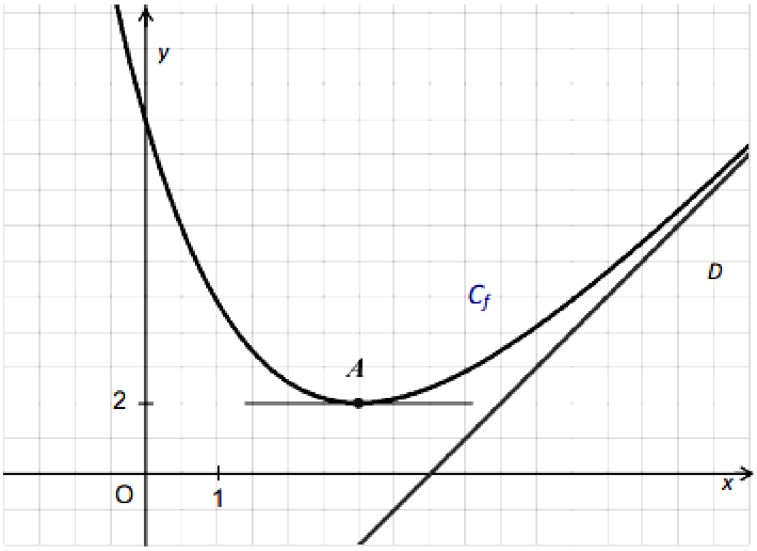
Lycée Secondaire El Ksour	DEVOIR DE CONTROLE N°1	Prof Bouzouraa Chaouki
Année Scolaire 2013-2014	Mathématiques	4 Sc tech Durée 2h

Exercice N°1

Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f d'une fonction f continue sur $\mathbb{R}$. On sait que la droite D d'équation $y=2x-8$ est asymptote à la courbe C_f au voisinage de $+\infty$, que la courbe C_f admet branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$ au voisinage de $-\infty$ et qu'elle passe par le point $A(3;2)$;



Répondre par **Vrai** ou **Faux** à chaque proposition ci-dessous:

1) a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$; b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$; c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}=+\infty$; d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)-2x}=\dfrac{1}{8}$

e) $f(1)=2,5$; f) $f(\mathbb{R})=[2,+\infty[$.

2) Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]2,+\infty[$ par $h(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$.

a) $h\circ f(3)=1$; b) $\lim\limits_{x\to3} h\circ f(x)=0$; c) $\lim\limits_{x\to+\infty} h\circ f(x)=+\infty$;

d) l'équation h(x) = 1 admet une unique solution réelle.

Exercice N°2

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x} & \text{si } x\in]0,2] \\ x-\dfrac{4}{x} & \text{si } x\in]2,+\infty[\end{cases}$

On note (ζ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1. a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

   b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2. a) Montrer que f est continue en 2.

   b) Etudier la dérivabilité en 2.

Exercice N°3

1) Soit l'équation (E) : $z^2 - (2+3i)z - 2 + 2I = 0$
   a) Ecrire sous forme algébrique (2+i)²
   b) Résoudre alors l'équation (E)
2) Soit l'équation (E') : $z^3 - (3+2i)z^2 + 3(1+i)z - 4i = 0$
   a) Vérifier que (1−i) est une solution de (E')
   b) Résoudre alors l'équation (E')

Exercice N°4

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectifs $Z_A = \sqrt{3} + i$ et $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$.

1) a) Ecrire sous forme exponentielle Z_A et Z_B .

b) Placer les points A et B dans le repère.

c) Ecrire $\frac{Z_B}{Z_A}$ sous forme exponentielle.

d) Déduire que OAB est un triangle rectangle et isocèle en O.

e) Déterminer l'affixe du point C pour que le quadrilatère OACB soit un carré.

2) Soit un point M d'affixe $Z_M = 1 + e^{2i\theta}$ où $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[$.

a) Montrer que $Z_M = 2\,\text{Cos}\,\theta\; e^{i\theta}$ puis vérifier que c'est son écriture sous forme exponentielle.

b) Déterminer la valeur de θ pour que M appartient au cercle de centrer O et de rayon 1.