

Exercice N°1(2pts):

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses est exacte. Indiquer la bonne réponse

1/ Soit le nombre complexe  $z = -2e^{i\frac{\pi}{3}}$

a)  $\arg(z) \equiv \frac{4\pi}{3} [2\pi]$

b)  $\arg(z) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$

$\arg(z) \equiv \frac{-\pi}{3} [2\pi]$

2/ Sachant que  $e^{i\theta}$  est solution de l'équation :  $z^2 - 2 \cos \theta z + 1 = 0$ , alors l'autre solution est :

a)  $i \cos \theta$

b)  $ie^{i\theta}$

c)  $e^{-i\theta}$

Exercice N°2(5pts):

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par : 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1-\cos x}{x^2} & \text{si } x < 0 \\ 2x + \sqrt{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

On désigne par  $Cf$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ Montrer que  $f$  est continue en 0

2/a- Montrer que pour tout  $x < 0$  on a :  $\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{2} + \frac{2}{x^2}$ .

b/ Déduire  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . Interpréter graphiquement le résultat.

3/a- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

b- Montrer que  $\Delta: y = 3x$  est une asymptote oblique à  $Cf$  au voisinage de  $(+\infty)$

Exercice N°3(5pts):

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$

1/ Dresser le tableau de variation de  $f$

2/a- Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet dans  $\mathbb{R}$  une unique solution  $\alpha$

b- Vérifier que  $\alpha \in ]-2, -1[$

c- Donner un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude 0.5

3/ Montrer que  $\alpha = \frac{\alpha^2 + 1}{1 - \alpha^2}$

4/ Montrer que  $Cf$  admet un point d'inflexion que l'on précisera



Exercice N°4(8pts):

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points A, B et C d'affixes respectives :  $Z_A = -1 + i\sqrt{3}$ ,  $Z_B = -i$  et  $Z_C = \sqrt{3}$

A tout point M du plan d'affixe  $z \neq -i$ , on associe le point M' d'affixe  $Z' = \frac{z - \sqrt{3}}{1 - iZ}$

1) a/Vérifier que  $-iZ' = \frac{z - \sqrt{3}}{z + i}$

b/Déduire l'ensemble des points M tel que  $Z'$  soit un réel

2)a/Montrer que  $|Z'| = \frac{CM}{BM}$

b/ Déduire l'ensemble des points M lorsque M' varie sur le cercle trigonométrique de centre O

3) Soit le nombre complexe  $W = \frac{Z' - i}{Z - i}$  tel que  $Z \in \mathbb{C} \setminus \{-i | i\}$

a/Vérifier que  $(Z - i)(1 - iZ) = -i(Z^2 + 1)$

b/Déduire que  $W = \frac{-Z_A}{Z^2 + 1}$

4) On pose  $Z = e^{i\theta}$  avec  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[$

a/Montrer que  $W = \frac{-e^{-i\theta}}{e^{i\theta} + e^{-i\theta}} \cdot Z_A$

b/Donner la forme exponentielle de  $Z_A$

c/Déduire en fonction de  $\theta$  le module et un argument de W

BON TRAVAIL

