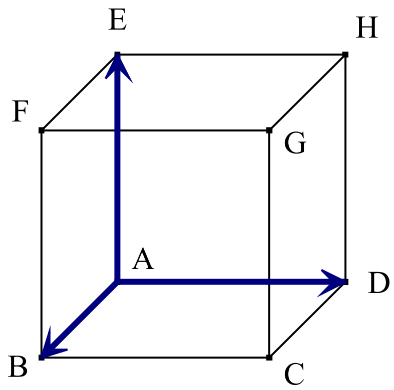
Devoir De Contrôle N°2

Mathématiques

<u>Exercice 1</u> (4 points)

• *Pour Chacune des questions suivantes une seule des quatre réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.*
Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.



• Soit ABCDEFGH un cube de côté 1

On munit l'espace du repère orthonormé direct

$(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$

1) $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ est égal au vecteur :

a) $\overrightarrow{BC}$ **b)** $\overrightarrow{AE}$ **c)** $2\overrightarrow{AE}$ **d)** $\overrightarrow{0}$

2) $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BF}$ est égal au vecteur :

a) $\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{BA}$ **c)** $\overrightarrow{BG}$ **d)** $\overrightarrow{0}$

3) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{FG}$ est égal à :

a) 0 **b)** $\sqrt{2}$ **c)** 1 **d)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4) Le volume du tétraèdre BCDG est égal à :

a) $\dfrac{1}{6}$ **b)** $\dfrac{1}{3}$ **c)** $\dfrac{1}{2}$ **d)** 1

<u>Exercice 2</u> (6 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1\,;2\,;3)$, $B(0\,;1\,;4)$, $C(-1\,;-3\,;2)$, $D(4\,;-2\,;5)$.

1) a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b) En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

c) Montrer que $\vec{N}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

d) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$2x - y + z - 3 = 0$$

2) Soit Δ la droite dont une représentation paramétrique est :

$$\Delta : \begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ y = -1 + \alpha \quad ; \alpha \in \mathbb{R} \\ z = 4 - \alpha \end{cases}$$

a) Montrer que le point D appartient à la droite Δ.

b) Montrer que Δ est perpendiculaire au plan (ABC).

3) Soit E le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

a) Calculer les coordonnées du point E.

b) En déduire que E est le centre de gravité du triangle ABC.

Lycée Rue Ahmed Amara Le Kef
Habib Gammar
2008-2009

Devoir De Contrôle N°2

Mathématiques

$4^{ème}$ $T_{1\text{-}2}$
2 Heures

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{x^2+2\ln x+2}{x}$

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) Calculer $f'(x)$.

On admet que le tableau de variation de f est le suivant :

x	0	$+\infty$
f(x)		$\nearrow$

3) a) Montrer que la droite Δ d'équation $y=x$ est une asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$ au voisinage de $+\infty$.

b) Etudier la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à Δ.

c) Ecrire une équation de la tangente T à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 1.

4) Tracer $(\mathscr{C})$

Exercice 4 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Les courbes $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ représentent une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa fonction dérivée f'

- La droite $y=3$ est une asymptote à $(\mathscr{C}_1)$ au voisinage de $+\infty$.
- La droite $y=0$ est une asymptote à $(\mathscr{C}_2)$ au voisinage de $+\infty$.
- Chacune des deux courbes $(\mathscr{C}_1)$ et $(\mathscr{C}_2)$ possède :

Une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées.
Une seule tangente horizontale.

Par une lecture graphique :

1) Justifier que $(\mathscr{C}_1)$ est la courbe représentative de f et $(\mathscr{C}_2)$ est celle de f'

2) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

3) Déterminer $f(-\ln 2)$, $f(-\ln 3)$ et $f'(-\ln 2)$.

4) Déterminer le point d'inflexion de la courbe de f.

5) Dresser le tableau de variation de f.

6) Déterminer le signe de $f(x)$.