

**Exercice 1** (4 points)

• Pour chacune des huit affirmations ci-dessous, répondre par VRAI ou FAUX.  
Aucune justification n'est demandée.  
Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point.  
L'absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.  
Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est 0.

• Soit  $f$  une fonction définie et dérivable sur  $]-\infty, -4[ \cup ]-4, +\infty[$   
( $\mathcal{C}$ ) la courbe représentative de  $f$  dans un repère du plan.

On donne ci-dessous le tableau de variations de  $f$  :

x	$-\infty$	-9	-4	-1	6	$+\infty$
f	$-\infty$	0	$+\infty$	0	5	2

- 1) Pour tout réel  $x \in ]-4, +\infty[$ ,  $f(x) > 2$ .
- 2) Pour tout réel  $x \in ]-4, 6]$ ,  $f'(x) \geq 0$ .
- 3) La droite d'équation  $x = 2$  est une asymptote à ( $\mathcal{C}$ ) en  $+\infty$
- 4) La droite d'équation  $x = -4$  est une asymptote à ( $\mathcal{C}$ )
- 5) Soit  $g$  la fonction définie par :  $g(x) = \ln(f(x))$ 
  - a) La fonction  $g$  est définie sur  $[-9, -4[ \cup [-1, +\infty[$
  - b) Pour tout réel  $x \in ]-1, 6]$ ,  $g(x) > 0$ .
  - c)  $\lim_{x \rightarrow -4^-} g(x) = +\infty$
  - d)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = -\infty$



**Exercice 2** (6 points)

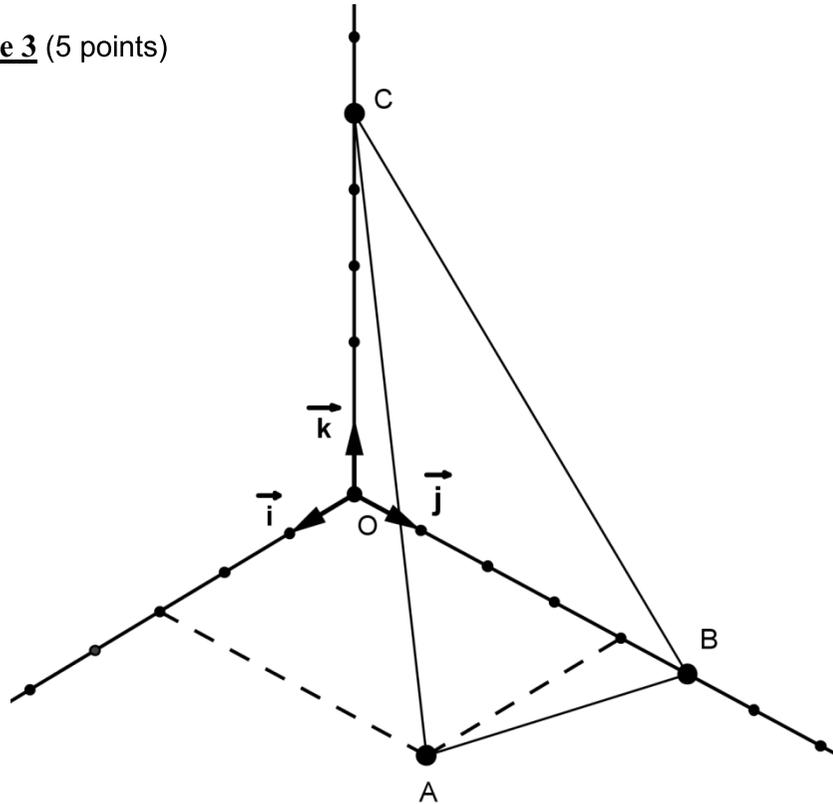
Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = x \ln x - x$

On note ( $\mathcal{C}$ ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .
- 2) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$   
b) Interpréter graphiquement le résultat.
- 3) a) Montrer que, pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$  on a  $f'(x) = \ln x$ .  
b) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $]0, +\infty[$ .
- 4) a) Déterminer le point d'intersection de ( $\mathcal{C}$ ) avec l'axe des abscisses.  
b) Ecrire une équation de la tangente  $T$  à ( $\mathcal{C}$ ) au point d'abscisse  $e$ .  
c) Tracer  $T$  et ( $\mathcal{C}$ ).



**Exercice 3** (5 points)



L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On a placé dans le repère les points A, B et C.

- 1) a) Déterminer les coordonnées des points A, B et C.  
b) Calculer les composantes du vecteur  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ .  
c) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :  
$$x + 3y + 3z - 15 = 0$$
- 2) Soit H le projeté orthogonal de O sur le plan (ABC).
  - a) Donner une représentation paramétrique de la droite (OH).
  - b) Déterminer les coordonnées du point H.

**Exercice 4** (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère les points  $A(4, 0, 0)$ ,  $B(0, 4, 0)$  et  $C(0, 0, 5)$ .

- 1) a) Vérifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.  
b) Montrer que le triangle ABC est isocèle.
- 2) a) Calculer l'aire du triangle ABC.  
b) Calculer le volume du tétraèdre OABC.  
c) En déduire la hauteur issue de O du tétraèdre OABC.
- 2) Soit I le milieu de [AB] et H le point de coordonnées  $\left(\frac{50}{33}, \frac{50}{33}, \frac{40}{33}\right)$

Montrer que les points H, C, I sont alignés.