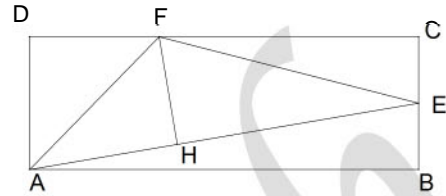


EXERCICE N1 : (6 points)

Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 6$ cm et $AD = 2$ cm ; E est le milieu de $[BC]$ et F défini par $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$; H est le projeté orthogonal de F sur (AE) .



1/ En utilisant les égalités $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$, calculer $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE}$.

2/ Pour la suite de l'exercice, on admet que $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE} = 14$.

a- En calculant d'une autre manière le produit scalaire $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE}$, déterminer la longueur AH .

b- En calculant d'une autre manière le produit scalaire $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE}$, déterminer $\cos(\widehat{EAF})$.

3/ Soit I le milieu de $[FE]$ et G le centre de gravité du triangle AEF .

Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF})$. En déduire la longueur AG .

EXERCICE N2 : (8 points)

Le plan P est muni d'un repère orthonormé direct (o, \vec{u}, \vec{v}) . On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 2\sqrt{3} + 2i$, $z_B = -2 - 2i$, $z_C = -2 + 2i\sqrt{3}$ et $z_D = 2 - 2i\sqrt{3}$.

1/ a- Placer les points A, B, C et D .

b- Calculer $w = \frac{z_A - z_C}{z_A - z_D}$ et déduire le module et un argument de w . Quelle est la nature du triangle ACD .

2/ a- Déterminer le module et un argument de chacun des complexes z_C et z_B . Déduire la forme trigonométrique de $\frac{z_C}{z_B}$.

b- Ecrire $\frac{z_C}{z_B}$ sous la forme algébrique. Déduire $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

c- Résoudre, alors, dans \mathbb{R} l'équation : $(1 + \sqrt{3})\cos(2x) + (1 - \sqrt{3})\sin(2x) = 2$

d- Placer les points images des solutions sur un cercle trigonométrique.

3/ A tout point $M \neq D$ d'affixe z , on associe le point M' d'affixe $z' = \frac{z - z_C}{z - z_D}$.

a- Vérifier que $(z' - 1)(z - 2 + 2i\sqrt{3}) = 4 - 4i\sqrt{3}$.

b- Déduire l'ensemble des points M' lorsque M décrit le cercle (C) de centre D et de rayon 4.

EXERCICE N3 : (6 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-1} & , \quad \text{si } x < 0 \\ 4x^3 - 6x^2 + x & , \quad \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

(C_f) est sa courbe dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) .

1/ Montrer que f est continue en 0. Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter les résultats sur (C_f) .

2/ Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R}^* et calculer $f'(x)$ sur chacun des intervalles $] -\infty, 0[$ et $] 0, +\infty[$.

3/ a- Déterminer le point M de (C_f) d'abscisse $x_0 > 0$ tel que la tangente T_{x_0} à (C_f) est parallèle à la droite $y = 25x - 11$.

b- Déduire une équation de T_{x_0} .

Bon travail

