Lycée Ali Bourguiba Bembla ; 2010 \ 2011 . Durée : 2 heures

MATHEMATIQUES | DEVOIR DE CONTROLE N° 2 | Prof : Aguech Mabrouk

CLASSE : 4^{eme} Tec 1

EXERCICE N°1 : (3 , 5)

A) Déterminer la réponse correcte :

1) a) $\lim\limits_{0^+} \frac{1}{\sqrt{x}Lnx} = 0$ b) $\lim\limits_{0^+} \frac{1}{\sqrt{x}Lnx} = -\infty$ c) $\lim\limits_{0^+} \frac{1}{\sqrt{x}Lnx} = +\infty$

2) a) $\lim\limits_{0^+} x.(Lnx)^2 = 0$ b) $\lim\limits_{0^+} x.(Lnx)^2 = -\infty$ c) $\lim\limits_{0^+} x.(Lnx)^2 = +\infty$

B) Répondre par Vrai ou Faux :

a) $x \mapsto \frac{1}{2} Ln|2x-1| + c$ *est une primitive de la fonction* : $x \mapsto \frac{1}{2x-1}$ *sur* $]\frac{1}{2}, +\infty[$.

b) $x \mapsto Ln\sqrt{2x-1} + c$ *est une primitive de la fonction* : $x \mapsto \frac{1}{2x-1}$ *sur* $]\frac{1}{2}, +\infty[$.

c) Deux plans qui ont trois communs sont confondus.

EXERCICE N°2 : (9)

Soit f la fonction définie sur [0 , +∞ [par : $\begin{cases} f(x) = 2 - x + x\,Lnx & si \quad x \succ 0 \\ f(0) = 2 \end{cases}$

On note (Cf) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$).

1) a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Etudier le dérivabilité de f à droite en 0 ; Interpréter géométriquement le résultat.

c) Dresser le tableau de variation de f.

2) Soit φ la fonction définie sur] 0 , + ∞ [par $\varphi(x)$= f (x) - x

a) Dresser le tableau de variation de φ .

b) Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet deux solutions 1 et α ; Vérifier que 4 < α < 5 .

c) Déterminer le signe de φ (x) puis préciser la position de (Cf) par rapport à la droite D : y = x.

d) Construire D et (Cf).

3) Soit la suite U définie sur N par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = f(U_n)$.

a) Montrer que pour tout n ∈ ℕ , $1 < U_n < α$.

b) Montrer que la suite U est décroissante.

c) En déduire que la suite U est convergente et calculer sa limite.

EXERCICE N°3 : (7 , 5)

L'espace ξ est muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$;

On donne les points A (1 , 2 , 9) , B (0 , 1 , 4) et C (2 , 1 , 8).

1) Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés.

2) P est le plan déterminé par A , B et C , déterminer une équation cartésienne de P.

3) D est la droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$ et passant par I (1 , 3 , - 2).

a) Donner une représentation paramétrique de D.

b) Montrer que D et P sont sécants et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection E.

4) Q est le plan contenant D et passant par Ω (- 1 , 0 , -2).

a) Montrer que Q est d'équation : $3x - 2y + z + 5 = 0$.

b) Déterminer une représentation paramétrique de $\Delta = P \cap Q$.