Lycée Cité El Amal Gabès	Devoir de contrôle n ⁰ :2	Mr : Ftirich Ali
11-02- 2012		4 Tec

Exercice 1 : (3 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1) Soit la sphère $S: (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$ et le plan $P: 2x-y-z=0$
La sphère (S) est le plan P sont

a) Tangents   b) sécants   c) disjoints

2) Soit $A(1,0,2)$ et la droite $\Delta: \begin{cases} x=1+2\alpha \\ y=1-\alpha \\ z=2-2\alpha \end{cases}$ $\alpha \in IR$ la distance $d(A,\Delta)$ est égal à

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ c) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

3) Soit les points $A(1,0,2)$; $B(-1,0,3)$; $C(1,-1,0)$ et $D(0,1,4)$ le volume du tétraèdre ABCD est

a) $\frac{2}{6}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{5}{6}$

4) $\lim_{x\to+\infty}[x^2-x\ln x]$ est égal à

a) 0 b) $-\infty$ c) $+\infty$

Exercice 2 : (5 points)

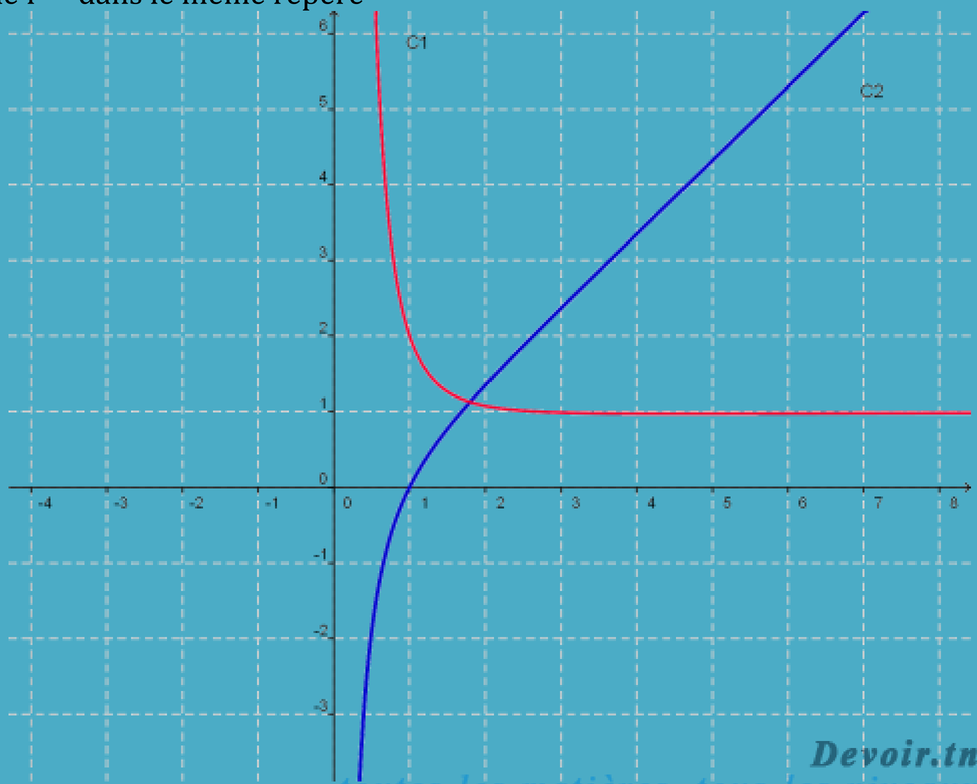
Dans le graphique suivant on donne deux courbes C_1 et C_2 l'une d'une fonction f et l'autre de sa fonction dérivée f′ définies et dérivables sur $]0,+\infty[$

1) Par une lecture graphique Déterminer C_2 la courbe de f et celui de f′
2) Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$
3) On suppose que $f(x)=(ax+b)+\frac{\ln x}{x}$ pour tout $x \in]0,+\infty[$

a) Montrer que $f'(x)=a+\frac{(1-\ln x)}{x^2}$

b) En utilisant la question **2**) Déterminer a ; b et c

4) Dresser le tableau de variation de f
5) a) montrer que f réalise une bijection de $]0,+\infty[$dans un intervalle J que l'on déterminera
b) Tracer la courbe de f^{-1} dans le même repère



<u>Exercice 3</u> : (6 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On donne les points $A\,(1,-1,2)$; ; $B(1,1,0)$ et $C(3,02)$

1) Montrer que A , B et C déterminent un plan
2) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC)
3) Soit le point $I(2,-2,-1)$
a) Vérifier que $I \notin (ABC)$
b) Calculer le volume du tétraèdre IABC
c) Calculer la distance $d(I,(ABC))$. En déduire l'aire du triangle ABC
4) On donne le plan $P : x-2y-2z+1=0$ et S l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace vérifiant $S : x^2+y^2+z^2-4x+4y+2z-16=0$
a) Vérifier que S est une sphère dont on déterminera le centre et le rayon
b) Montrer que S et P sont sécants suivant un cercle (C) dont on précisera le centre H et le rayon r

<u>Exercice 4</u> : (6 points)

Le tableau ci – dessous représente les variations d'une fonction f sur $[0,+\infty[$

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	0	$\nearrow$	$\frac{e}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$. On suppose que la courbe représentative (C_f) passe par le point $A(1,1)$ et que ta tangente à (C_f) en A est la droite $T: y=x$

1) A) Donner $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
b) Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$
2) Dans la suite la fonction f définie par $\begin{cases} f(x) = x^2(1-\ln x) \ , & x \in \,]0,+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$
a) Montrer que f est continue à droite en 0
b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat
c) Montrer que (C_f) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ qu'on précisera
d) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C_f) et l'axe des abscisses
3) Tracer la tangente T et (C_f)