Site web : http://www.matheleve.net *Email1 :contact@matheleve.net* *Email2 :matheleve@gmail.com*	***Devoir de contrôle n°02***		
Lycée Ali Bourguiba Bembla	*4 ème Tech 1 et 3*	*Lundi 1 8-02-2013*	***Chortani et Chaouch***

Exercice 1(6points)

l'espace ξ muni du repère orthonormé direct $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$

On considère les points A (3,2,–1) , B (– 6 , 1 , 1) , C (4 , – 3 , 3) et D (– 1 ,–5 ,–1)

1)a) Calculer les coordonnées du produit vectoriel $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD}$

b) Déterminer une équation cartésienne du plan P contenant les points B , C et D.

2) Vérifier que les points A , B , C et D ne sont pas coplanaires. Puis calculer le volume du tétraèdre ABCD.

3) Calculer l'aire du triangle ABC .

4) Soit Q l'ensemble des points M de l'espace tels que $(\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}).\overrightarrow{AM} = 0$

a) Montrer que l'ensemble Q est un plan que l'on précisera.

b) Calculer la distance du point D au plan Q ; préciser l'intersection de P et Q.

Exercice 2(6points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle I =]0 ; +∞[par : $f(x) = x + \dfrac{1 - \ln x}{x}$.

On nomme C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1) Soit g la fonction définie sur I par : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$.

a) Etudier les variations de g.

b) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution , notée α, appartenant à l'intervalle [1 ; 2].

c) Etudier le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

2) a) Démontrer que pour tout x de I, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

En déduire les variations de la fonction f.

b) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

Exercice 3(8points)

1) Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\ln x - x\ln x + x$.

   a) Calculer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.

   b) Montrer que pour tout $x>0$, $f'(x)=\frac{1}{x}-\ln x$.

2) Dans la figure de l'annexe ci-jointe, $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ sont les courbes représentatives dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ des fonctions g et h définies sur $]0,+\infty[$ par

   $g(x)=\frac{1}{x}$ et $h(x)=\ln x$.

   $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ se coupent en un point d'abscisse β.

   a) Par une lecture graphique donner le signe de $f'(x)$.

   b) En déduire le sens de variation de f.

   c) Montrer que $f(\beta)=\beta+\frac{1}{\beta}-1$.

3) On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

   a) Etudier la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_h$.

   b) Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en deux points d'abscisses respectives x_1 et x_2 telles que $0,4 < x_1 < 0,5$ et $3,8 < x_2 < 3,9$.

   c) Placer dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ les points A $(\beta, 0)$ et B$(0, \frac{1}{\beta})$ et en déduire une construction du point de coordonnées $(\beta, f(\beta))$.

   d) Tracer $\mathscr{C}_f$.

Annexe a rendre

Nom ……………………… Prenom………………… Classe