| Lycée Ali B.Bembla | **Devoir de contrôle n° 2** Mathématiques | Classe : 4 $^{ème}$ Tech. $_2$ |
|---|---|---|
| Date 21 / 02 / 2013 | Prof :Mosrati chawki | Durée : 2 heures |

**Exercice :1** ( 3 pts)

Dans chacun des propositions suivantes choisir la bonne réponse en donnant une justification.

1/ l'équation lnx = -3 admet pour solution l'ensemble :

**a-** Vide  **b-** $\{e^3\}$  **c-** $\left\{\frac{1}{e^3}\right\}$.

2/ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x - \ln x}{x} =$

**a-** 0  **b-** $+\infty$  **c-** 1

3/ L'espace un repère o.n.d. $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.soit la droite D : $\begin{cases} x = \alpha + 1 \\ y = 2\alpha + 1 \ ; \ \alpha \in IR \\ z = -2\alpha - 1 \end{cases}$

a) la distance de O à D est :

**a-** $\frac{\sqrt{3}}{2}$  **b-** $\frac{\sqrt{2}}{3}$  **c-** $\frac{2}{3}$

b) Soit le plan P d'équation : x + y - 2z + 3 = 0. Le plan coupe la droite D en un point A de coordonnée :

**a-** (-1 ; 0 ; 1)  **b-** ( -1 ; 1 ; 0)  **c** - ( 0 ; -1 ; 1)

**Exercice :2** ( 7 pts)

**I)** On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction g définie sur ]o ; +∞[ par :
$g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln(x)$ .

| x | 0 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| g'(x) | ‖ | + | |
| g | ‖ $-\infty$ | ↗ | $+\infty$ |

1) Justifier que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique ∝ et tel que :0.75 < ∝ < 1

2) Déterminer suivant les valeurs de x le signe de g(x).

**II)** Soit la fonction f définie sur ]0 ; +∞ [ par $f(x) = 2x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$.

On désigne par ($\zeta$ ) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Montrer que la droite Δ : y = 2x – 1 est une asymptote à la courbe ( $\zeta$ ) au voisinage de + ∞.

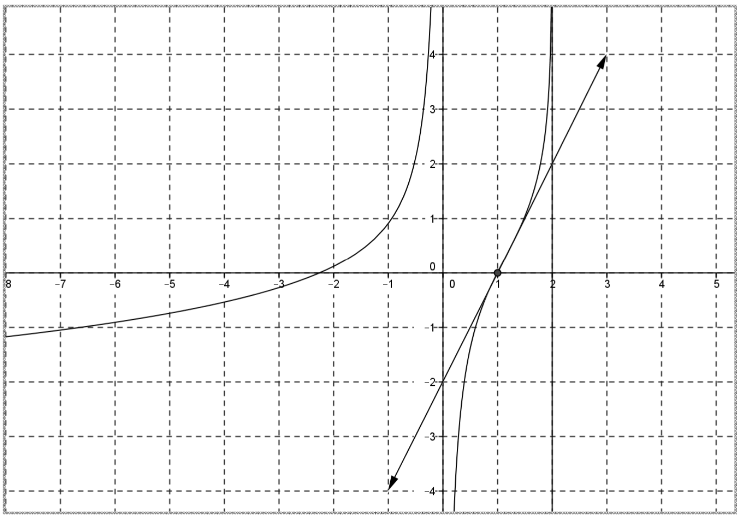
c) Etudier la position relative de ( $\zeta$ ) et Δ.

2) a) Montrer que pour tout $x \in ]0 ; +\infty[$, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3) Tracer $\Delta$ et ( $\zeta$ ).

**Exercice :3** ( 4 pts)



La courbe ci-contre représente une fonction f définie sur $]-\infty ; 2[ \setminus \{0\}$.les droites x=0 et x = 2 sont deux asymptotes verticale de cette courbe, la courbe admet une branche parabolique de direction $(o;\vec{i})$ au voisinage de $-\infty$

1) En utilisant le graphique, déterminer :

a- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ,
$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

b- Dresser le tableau de variation de f.

c- Déterminer : f(1) , f'(1) et f ''(1).

2) On admet que $f(x) = 1 - \dfrac{a}{x} + b\ln(2-x)$ ; a et b $\in$ IR.

a- Déterminer f'(x).

b- Déterminer alors a et b.

**Exercice :4** ( 6 pts)

L'espace $\xi$ est munie d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points A(1 ,1 , 2) B(2 ,1 ,4 ) , C(3 ,2 , 4 ) et I ( 1, -2, -1 ) .

On désigne par S l`ensemble des points M(x,y,z) tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 19 = 0$ .

1/ a - Montrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base du plan .

b - Montrer q' une équation cartésienne du plan (ABC) est P : 2x -2y - z + 2 = 0

2/ a- Montrer que S est une sphère dont on déterminera le centre $\Omega$ et le rayon R .

b- Montrer que P et S sont sécants suivant un cercle dont on précisera le centre et le rayon .

3/ a- Calculer l'aire du triangle ABC.

b- Calculer de deux méthodes différentes le volume du tétraèdre ABCI.

4/ Déterminer les équations des plans parallèles à P et tangent à S.