

# DEVOIR DE CONTROLE N°2

## EXERCICE 1 :(2 points)

Répondre par vrai ou faux.

1. Les racines 4<sup>èmes</sup> du nombre complexe  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$  sont :  $z_k = e^{i\left[\frac{(1+8k)\pi}{4n}\right]}$ ,  $k \in \{0; 1; 2; 3\}$ .
2. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les droites  $D_1$  et  $D_2$  de représentations paramétriques respectives :
 
$$\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 6 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 4 - t \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x = 8 + 5t' \\ y = 2 - 2t', t' \in \mathbb{R} \\ z = 6 + t' \end{cases}$$
 Les droites  $D_1$  et  $D_2$  sont coplanaires.
3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - 2 - \frac{1}{x}\right) e^x = 0$ .
4.  $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$

## EXERCICE 2 :(6 points)

Pour tout  $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$  on considère dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E_\theta) : z^2 - z + e^{2i\theta} - ie^{i\theta} = 0$ .

1. Vérifier que  $(-ie^{i\theta})$  est une solution de  $(E_\theta)$ .
2. En déduire l'autre solution.
3. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .  
On désigne par  $A, M'$  et  $M''$  les points d'affixes respectives  $1, z' = 1 + ie^{i\theta}$  et  $z'' = -ie^{i\theta}$ .
  - a. Ecrire  $z'$  et  $z''$  sous forme exponentielle.
  - b. Montrer que  $OM'AM''$  est un parallélogramme.
  - c. Déterminer  $\theta$  pour que  $OM'AM''$  soit un losange.

## EXERCICE 3 :(6 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère les points  $A(-2; 0; 1)$ ,  $B(1; 2; -1)$  et  $C(-2; 2; 2)$ .

1. a. Calculer le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  puis les longueurs  $AB$  et  $AC$ .  
b. En déduire une valeur approchée arrondie au degré près de l'angle  $\widehat{BAC}$ .  
c. En déduire que les points  $A, B$  et  $C$  ne sont pas alignés.
2. Vérifier qu'une équation du plan  $(ABC)$  est :  $2x - y + 2z + 2 = 0$ .
3. Soient  $P_1$  et  $P_2$  les plans d'équations respectives :  $x + y - 3z + 3 = 0$  et  $x - 2y + 6z = 0$ .

Montrer que les plans  $P_1$  et  $P_2$  sont sécants selon une droite  $D$  dont un

système d'équations paramétriques est : 
$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3\alpha, \alpha \in \mathbb{R} \\ z = \alpha \end{cases}$$

4. Démontrer que la droite  $D$  et le plan  $(ABC)$  sont sécants et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

# DEVOIR DE CONTROLE N°2

## **EXERCICE 4 : (6 points)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 1 + x - \frac{2x}{1+x^2}$

On désigne par  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthogonal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

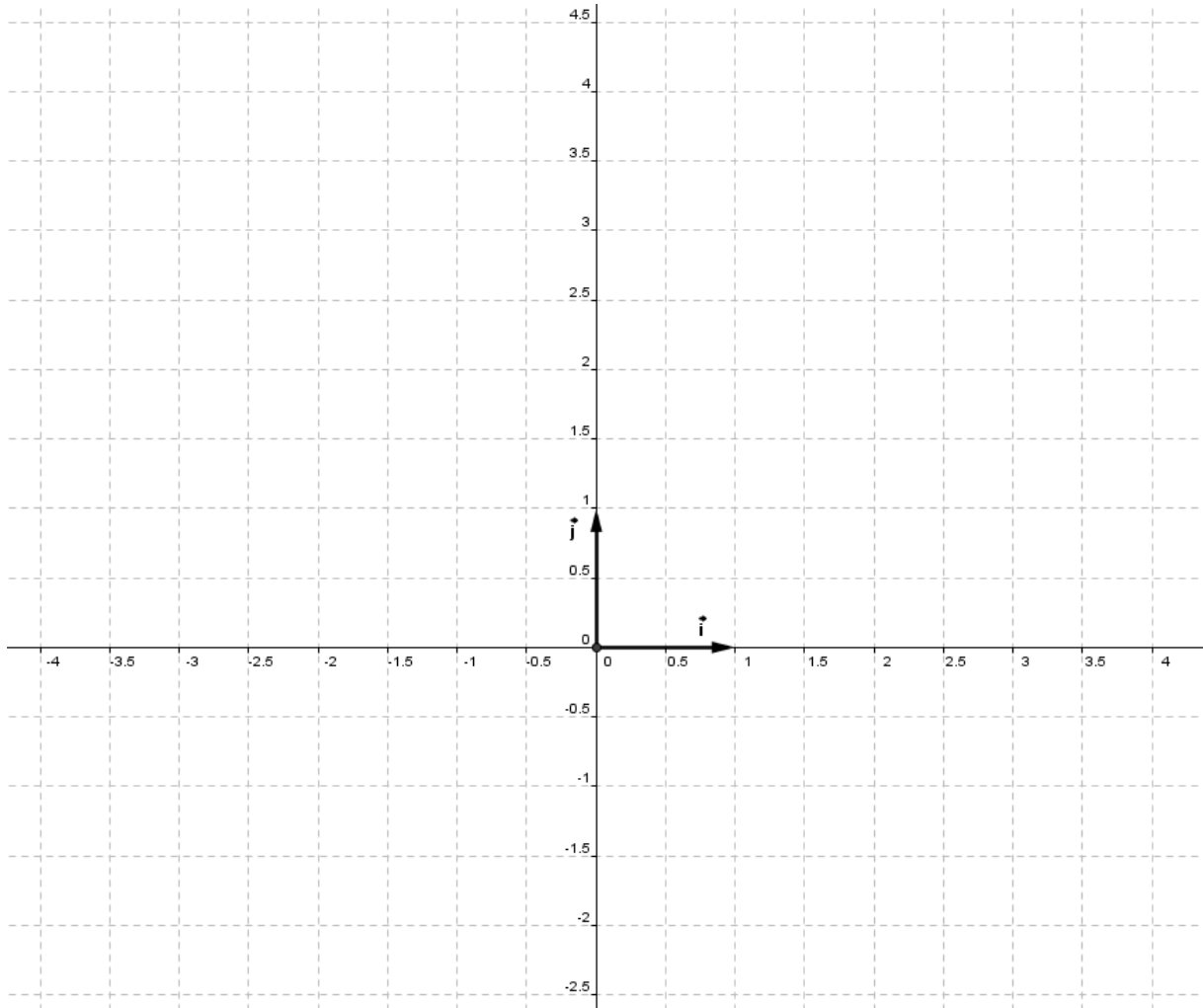
1. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
2. a. Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}$ , on a  $f'(x) = \frac{(x^2+2)^2-5}{(1+x^2)^2}$   
b. Dresser le tableau de variation de  $f$ .
3. Montrer que le point  $A(0, 1)$  est un centre de symétrie de la courbe  $C$ .
4. Montrer que la droite  $\Delta : y = 1 + x$  est une asymptote oblique à la courbe  $C$  au voisinage de  $\pm\infty$ .
5. Tracer  $\Delta$  et  $C$ .

# Bon Travail



# DEVOIR DE CONTROLE N°2

Questions	Vrai ou Faux
1	
2	
3	
4	



# DEVOIR DE CONTROLE N°2