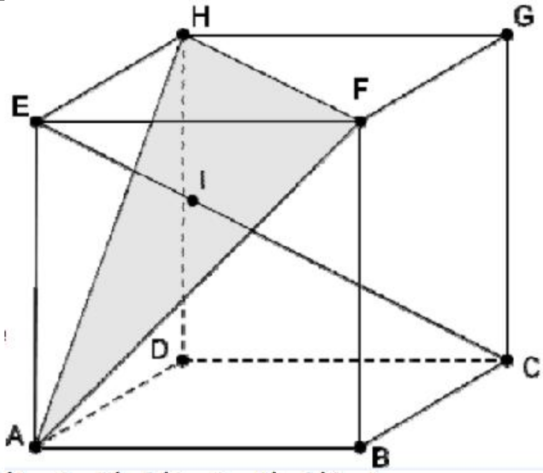
Lycée Secondaire El Ksour	DEVOIR DE CONTROLE N°2 28-01-2014	Prof Bouzouraa Chaouki
Année Scolaire 2013-2014	Mathématiques	4 Téchniques Durée 2h

Exercice N ° 1 (4 pts)



On considère un cube ABCDEFGH, d'arrête de longueur 1.

On note I le point d'intersection da la droite (EC) et du plan (AFH).

On se place dans le repère $\left(D;\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH}\right)$.

Dans ce repère, les sommet du cube ont pour coordonnées : A(1 ; 0 ; 0), B(1 ; 1 ; 0), C(0 ; 1 ; 0), D(0 ; 0 ; 0), E(1 ; 0 ; 1), F(1 ; 1 ; 1), G(0 ; 1 ; 1) et H(0 ; 0 ; 1).

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EC).
2. Déterminer une équation cartésienne du plan (AFH).
3. En déduire les coordonnées du point I, puis montrer que le point I est le projeté orthogonale du point E sur le plan (AFH).
4. Calculer le volume du tétraèdre EAFH.

Exercice N ° 2 (8 pts)

L'espace $\mathcal{E}$ étant rapporté à un repère o.n.d. $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

On considère les points A(0 ; 1 ;0) ; B(1 ;0 ;-2) ; C(0 ; 0 ; -1) et D(1 ; -1 ; 0).

1-/a- Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ puis calculer $\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right).\overrightarrow{AD}$.

b- En déduire que les points A, B et C déterminent un plan P et que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

c- Calculer l'aire du triangle ABC et le volume du tétraèdre DABC, puis déduire la distance se D à P.

2-/ a- Montrer qu'une équation du plan est : x - y + z + 1 = 0.

b- Montrer que H(0 , 0 , -1) est le projeté orthogonale de D sur P .

3/On considère S= { M(x,y,z) tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2 = 0$ }

a- Vérifier que $E\left(2,-2,\sqrt{2}\right)$ est un point de S.

b- Montrer que S est une sphère dont on caractérisera.

c- Montrer que P et S sont sécante suivant un cercle ζ que l'on caractérisera.

Exercice N ° 3 (8 pts)

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \frac{-x^3+5x}{x^2+3}$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité 1 cm.

1) a) Déterminer les réels a et b tels que, pour tout réel x : $f(x) = ax + \frac{bx}{x^2+3}$.

b) Montrer que f est impaire. Que peut-on en déduire pour la courbe C ?

2) a) Montrer que $f'(x) = \frac{(1-x^2)(x^2+15)}{(x^2+3)^2}$.

b) Étudier les variations de f .

3) Préciser une équation de la tangente T à la courbe C à l'origine.

4) Soit D la droite d'équation y = -x .

a) Étudier la position de C relativement à la droite D.

b) Montrer que, pour tout x non nul : $f(x) + x = \frac{8}{x(1+\frac{3}{x^2})}$.

En déduire la $\lim_{x\to+\infty} f(x) + x$; Que peut-on en conclure pour la courbe C ?

5) Tracer D, T et C . (On précisera les points d'intersection de la courbe C avec l'axe des abscisses).