



### EXERCICE 3 : (7 points)

A/ Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ .

- 1) Montrer que  $g$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et que pour tout réel  $x$  on a :  $g'(x)=\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$
- 2) a) Dresser le tableau variation de la fonction  $g$ .  
b) En déduire que pour tout réel  $x$  on a :  $g(x)>0$ .

B/ Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x)=x-1+\sqrt{x^2+1}$  ;  $\forall x \in \mathbb{R}$

(C) étant sa courbe représentative selon un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) a) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ . En déduire une interprétation géométrique.  
b) Montrer que pour tout réel  $x$ , on a :  $f'(x) = g(x)$   
c) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .
- 2) Montrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $y=2x-1$  est une asymptote oblique à (C) au  $V(+\infty)$ .
- 3) a) Montrer qu'une équation de la tangente  $T$  à (C) au point  $O$  est  $y=x$ .  
b) Etudier la position de  $T$  par rapport à (C).
- 4) Tracer  $T$ ,  $\Delta$  et (C).

### EXERCICE 4 : (6 points)

L'espace étant muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . On donne la droite  $D$  définie par le système

$$\text{d'équations paramétriques : } \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = 3 - \alpha \\ z = \alpha \end{cases} ; (\alpha \in \mathbb{R}).$$

- 1) Vérifier que la droite  $D$  passe par le point  $A(3,2,1)$  et en donner un vecteur directeur  $\vec{u}$ .
- 2) Déterminer une équation cartésienne du plan  $P$  passant par le point  $E(0,2,1)$  et perpendiculaire à la droite  $D$ .
- 3) a) Sachant que le plan  $P$  a pour équation :  $2x-y+z+1=0$ , déterminer les coordonnées du point  $H$  intersection de  $D$  et  $P$ .  
b) En déduire la distance du point  $A$  au plan  $P$ . [Sachant que  $H(1,3,0)$ ]
- 4) Soit le plan  $Q$  d'équation :  $x+y-z+1=0$ .  
a) Vérifier que les plans  $P$  et  $Q$  sont perpendiculaires.  
b) Déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection (qu'on notera  $\Delta$ ).
- 5) Calculer la distance  $d$  du point  $A$  au plan  $Q$ .
- 6) Soit  $F$  le projeté orthogonal de  $A$  sur le plan  $Q$ .  
Le plan  $(AFH)$  coupe la droite  $\Delta$  en un point  $K$ .  
Calculer la distance  $AK$



