Lycée S.C.J Gafsa A /S 2016-2017	DEVOIR DE CONTROLE N°2	Prof :Mr ,Slimen .L Niveau : $4^{ème}T_3$

Exercice N°1 (3pts) :

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses est exacte. Indiquer la bonne réponse :

1)Soit $A = 6\ln(\sqrt{2}) - \ln(\frac{2^3}{3^2})$:

a-$A = \ln 2$ b- $A = \ln\frac{3}{2}$ c- $A = 2\ln 3$

2)Soit f la fonction définie sur $]e, +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x(\ln(x)+1)}$ alors une primitive F de f sur $]e, +\infty[$ est définie par :

a-$F(x) = \ln(x) + 1$ b-$\mathrm{F}(\mathrm{x}) = \ln(\ln(x) + 1)$ c-$F(x) = \ln(x + 1)$

3) Soit $l = \lim_{x\to 0} \frac{\ln(x^2-3x+1)}{x}$ alors :

a-$l = -3$ b-$l = +\infty$ c-$l = 0$

Exercice N°2 (5pts) :

On considère la fonction $f(x) = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$

Soit F la primitive de f sur $]1, +\infty[$ qui s'annule en $\sqrt{2}$.

1)a-Montrer que F est strictement décroissante sur $]1, +\infty[$.

b- En déduire le signe de $F(x)$ sur $]1, +\infty[$

2)Soit G la fonction définie sur $]0, \frac{\pi}{2}[$par $G(x) = F(\frac{1}{\sin x})$

a-Montrer que G est dérivable sur $]0, \frac{\pi}{2}[$ et calculer $G'(x)$

b- En déduire que pour tout $x \in]0, \frac{\pi}{2}[$ on a $G(x) = x - \frac{\pi}{4}$

c-Calculer alors $F(2)$

Exercice N°3 (6pts) :

On considère la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2\ln x$

1) Calculer $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim_{x\to +\infty} g(x)$

2) a-Montrer que $\forall\, x \in]0, +\infty[$ on 'a $g'(x) = -4x\ln x$

b- dresser le tableau de variation $g(x)$

3) a-Montrer que l'équation $g(x) = 0$admet dans $]1, +\infty[$ une solution unique α

b-Vérifier que $1{,}8 < \alpha < 1{,}9$

c-Déduire de qui précède le signe de $g(x)$

4) On considère la fonction f définie sur par $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$

a-Calculer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ et que $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

b- Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et $\forall\ x \in]0,+\infty[,\ f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$

c-Dresser le tableau de variation de f

d-Vérifier $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$

Exercice N°4 *(6pts) :*

On considère les points $A(3,1,0)$, $B(1,2,0)$, $C(3,2,1)$ et $D(0,0,d)$ ou d désigne un réel positif ou nul.

1) a- On pose $\vec{N} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. Déterminer les composantes du vecteur $\vec{N}$.

b- En déduire l'aire du triangle ABC.

c-Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

2)Soit H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

a- On pose $\overrightarrow{DH} = \lambda\vec{N}$. Exprimer les coordonnées du point H en fonction de d

b- En déduire la distance DH

c-Montrer que le volume du tétraèdre $ABCD$ est $\vartheta_d = \frac{2d+5}{6}$

4)Déterminer la valeur de d pour que la droite (DB) est perpendiculaire au plan (ABC)

BON TRAVAIL