Exercice N .01(03 points)

Cocher la bonne réponse :

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

1/ L'ensemble des points $M(x,y,z)$ *tels que :* $\begin{cases} 2x-6y+2z-7=0 \\ -x+3y-z+5=0 \end{cases}$ *est*

a/ l'ensemble vide *b/ une droite* *c/ un plan* *d/ un point*

2/ Les droites de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x=1-t \\ y=-1+t \\ z=2-3t \end{cases} (t\in IR) \quad \text{et} \quad \begin{cases} x=2+\alpha \\ y=-2-\alpha \\ z=4+2\alpha \end{cases} (\alpha\in IR)$$ *sont*

a/ parallèles *b/ confondues* *c/ sécantes* *d/ non coplanaires*

3) Soit $f(x)=2x(x^2+1)^3$ *, la primitive* F *de* f *sur IR qui s'annule en (-1) est :*

a) $F(x)=\frac{1}{4}(x^2+1)^4$ *b)* $F(x)=\frac{1}{4}(x^2+1)^4-4$ *c)* $F(x)=-4(x^2+1)^4+4$

4) *F est une primitive de* f *sur* $[-1,3]$ *et* ζ_f *la courbe de* f *:*

a) F *positive sur* $[1,3]$

b) F *croissante sur* $[1,3]$

c) F *croissante sur* $[-1,1]$

Exercice N .02(08 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$

On désigne par (C_f) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) a) Montrer que pour tout $x\in IR$, $f'(x)=\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

b) Montrer que pour tout $x\in IR_+$, $f(x)\leq(x-1)$.

2) a) Montrer que le point $I(0,-1)$ *est un centre de symétrie de* (C_f) .

b) Ecrire une équation de la tangente T *au point* I .

c) Etudier les positions de (C_f) *par rapport à* T .

d) En déduire que I est un point d'inflexion de (C_f).

3) a) Dresser le tableau de variation de f .

b) Tracer T et (C_f) *ainsi que ses asymptotes dans le repère orthonormé* $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

4) a) Montrer que f est une bijection de IR sur un intervalle à préciser.

b) Tracer $(C_{f^{-1}})$ *la courbe de* f^{-1} *dans le repère* $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

c) Montrer que l'équation $f(x)=x$ *admet une solution unique* $\alpha\in]-2,-1[$.

5) a) Expliciter $f^{-1}(x)$ *pour tout x de* $]-2,0[$.

b) Déterminer $\left(f^{-1}\right)'(x)$ pour tout x de $\left]-2\ ,0\right[$.

Exercice.03(04 points)

On considère la fonction f définie sur $\left]1,+\infty\right[$ par : $f(x)=\dfrac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$.

1) Montrer que f admet au moins une primitive sur $\left]1,+\infty\right[$.

2) Soit F la primitive de f sur $\left]1,+\infty\right[$ qui s'annule en $\sqrt{2}$.

a) Montrer que F est strictement décroissante sur $\left]1,+\infty\right[$.

b) En déduire le signe de $F(x)$ sur chacun des intervalles : $\left]1,\sqrt{2}\right[$ et $\left]\sqrt{2},+\infty\right[$.

3) Soit G la fonction définie sur $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $G(x)=F\left(\dfrac{1}{\sin x}\right)$.

a) Montrer que G est dérivable sur $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ et déterminer sa fonction dérivée.

b) En déduire que pour tout x de $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$, $G(x)=x-\dfrac{\pi}{4}$.

c) Calculer $F(2)$.

Exercice.04(05 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On considère les points $A(1,0,2)$, $B(1,1,4)$ et $C(-1,1,1)$.

1/ a/ Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b/ En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).

c/ Le point F(1,0,4) appartient-il au plan (ABC).

2/ Soient $P: 2x+y+2z+1=0$ et $Q: x-2y+6z=0$.

a/ Montrer que les plans P et Q sont sécants suivant une droite D dont on déterminera un système d'équations paramétriques.

b/ La droite D et le plan (ABC) sont-ils sécants ou bien parallèles ?