Délégation Régionale de Zaghouan	**De contrôle N 3 durée 2 h 4 Technique 5** **Prof M[r] : Yahyaoui Ridha**

Exercice N 1(5 points)

1) Vérifier que pour tout réel x non nul on a : $\frac{e^x}{e^x-1} = 1 + \frac{1}{e^x-1}$

2) a) Calculer l'intégrale I= $\int_{Ln2}^{Ln3} \frac{e^t}{e^t-1} dt$

   b) Calculer alors , l'intégrale J= $\int_{Ln2}^{Ln3} \frac{1}{e^t-1} dt$

3) Soit l'intégrale K= $\int_{Ln2}^{Ln3} \frac{e^{2t}}{e^t-1} dt$

   Calculer K- I, en déduire K

Exercice N 2 (8 points)

1)Soit la fonction f définie sur $[1, +\infty[$ $par\ f(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x^2+1}$

a) Montrer que f est strictement croissante sur $[1, +\infty[$ puis déterminer f($[1, \sqrt{2}]$)

Soit la suie U définie sur IN par u_0=1 et u_{n+1}=$f(u_n)$

b) Montrer que pour tout nϵ IN $1 \leq u_n \leq \sqrt{2}$

c) Montrer que U est croissante

d) Montrer que U est convergente puis calculer sa limite

2) Soit la suite V définie sur IN par :$v_n = {u_n}^2 - 2$

a) Montrer que V est géométrique que l'on caractérisera

b) En déduire v_n puis u_n à l'aide de n

c) Calculer $\lim_{n\to+\infty}(v_n)$ $puis$ $\lim_{n\to+\infty}(u_n)$

d) Calculer à l'aide de n la somme$S_n = \sum_{k=0}^{k=n} {u_k}^2$ puis $\lim_{n\to+\infty}(\frac{S_n}{n})$

Exercice N 7 (7points)

On considère la fonction f définie sur $[O, +\infty[$ par f(x)=$x^2(-1+Lnx)$ $pour\ x > 0$ et f(0)=0

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, $\vec{i}$,$\vec{j}$) (unité graphique 2 cm)

1) a) Montrer que f est dérivable à droite de 0

   b) Dresser le tableau de variation de f

2) a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses

b) Montrer que la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction celle de (y'y)

c) tracer (C)

3) a) Montrer à l'aide d'une intégration par parties que :

$$\int_1^e (f(x))dx = \frac{4-e^3}{9}$$

b) En déduire, en cm^2 l'aire A de la partie du plan limitée par la courbe (C) , les droites d'équations : x=1 ,x=e et y=0