

Devoir de contrôle N°3

Exercice 1 :

Indiquer la bonne réponse

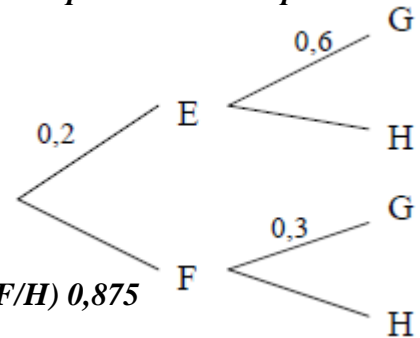
Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte.

L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1) On considère l'arbre pondéré ci-dessous.

Quelle est la probabilité $P(F/H)$?



a/ $P(F/H) = 0,7$

b/ $P(F/H) = 0,56$

c/ $P(F/H) = 0,875$

2) La durée de vie X , exprimée en années, d'une machine automatique suit une loi exponentielle de paramètre 0,4.

La probabilité que la machine ne tombe pas en panne avant 10 ans est égale à

a/ e^{-4}

b/ $1 - 0,4 e^{-4}$

c/ $1 - e^{-4}$

3) La valeur moyenne sur $[0,2]$ de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^x$ est

a/ $e^2 - 1$

b/ $\frac{e^2 - 1}{2}$

c/ $\frac{1 - e^2}{2}$

4) Une variable aléatoire X a pour loi de probabilité :

x_i	1	2	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Alors l'écart type de X est égal à :

a/ $\frac{3}{2}$

b/ 2

c/ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

Exercice 2 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x+1)e^{-x}$

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{I}, \vec{J})

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) Interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Interpréter graphiquement le résultat.

3) a) Calculer $f'(x)$.

b) Dresser le tableau de variations de f .

4) Tracer (C_f)

5) a) Montrer que la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -(x+2)e^{-x}$ est une primitive de f sur \mathbb{R} .

b) Soit $\lambda \in]0, +\infty[$, calculer $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C_f) , les droites d'équation $y=0$, $x=0$ et $x=\lambda$

c) Calculer $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$.

Exercice 3 :

On considère la suite réelle (U_n) définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = 1 + \sqrt{U_n - 1} \end{cases}$$
 pour tout n de \mathbb{N} .

- 1) a) Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} , $1 < U_n < 2$.
- b) Montrer que (U_n) est croissante.
- c) En déduire que (U_n) converge vers une limite que l'on déterminera.

1) Soit (V_n) la suite réelle définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \ln(U_n - 1)$

- a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$
- b) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$.
- c) Retrouver $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

Exercice 4 :

Dans une ferme, on produit des œufs de trois tailles différentes

- Des petits (P) dans la proportion de 20%
- Des moyens (M) dans la proportion de 50%
- Des gros (G) dans la proportion de 30%

Ils sont de deux qualités : ordinaire (O) et supérieur(S).

On remarque que :

- 80% des petits œufs sont de qualité ordinaire.
- 50% des œufs moyens sont de qualité ordinaire.
- 20% des gros œufs sont de qualité ordinaire.

1) On prend un œuf au hasard. Quelle est la probabilité pour qu'il soit :

- a) De petite taille et de qualité supérieure.
- b) De qualité ordinaire.
- c) De qualité supérieure.
- d) De taille moyenne sachant qu'il est de qualité supérieure.

2) a) Montrer que la probabilité pour qu'un œuf soit gros et de qualité supérieure est égale à 0,24

b) On remplit au hasard une boîte de 12 œufs.

On suppose que les choix des œufs sont indépendants les uns des autres.

Quelle est la probabilité pour que cette boîte contienne au moins deux gros œufs et de qualité Supérieure.