

Le sujet comporte quatre exercices répartis en deux pages

EXERCICE 1 : (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, une seule des trois réponses est exacte. Indiquez sur votre copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Soit $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$ un espace probabilisé fini. A et B sont deux évènements indépendants tels que :
 $p(A) = 0,2$ et $p(B) = 0,7$ alors :

a) $p(A \cup B) = 0,9$

b) $p(A \cup B) = 0,5$

c) $p(A \cup B) = 0,76$

2) Le tableau ci-dessous définit la loi de probabilité d'un aléa numérique X réalisée dans un jeu. Alors

Valeurs prises par X	-2	-1	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{15}{66}$	$\frac{23}{66}$	$\frac{12}{66}$	$\frac{15}{66}$

a) le jeu est perdant

b) le jeu est gagnant

c) le jeu est équitable

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x[1 - e^{(\frac{1}{x})}]$ est égale à :

a) 1

b) 0

c) (-1)

4) Le plan étant muni d'un repère orthonormé. Soit P la partie du plan limitée par la courbe de la fonction $f : x \mapsto e^{-x}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = 1$.

Soit V le volume du solide de révolution engendré par la rotation de la partie P autour de l'axe des abscisses. Alors V (exprimé en unité de volume) est égal à :

a) $\pi(1 - e^{-1})$

b) $\frac{\pi(1 - e^{-2})}{2}$

c) $2\pi(1 - e^{-2})$

EXERCICE 2 : (6 points)

Une urne contient cinq boules indiscernables au toucher et réparties de la manière suivante :

{deux boules **vertes** numérotées : **1, 1**

{trois boules **blanches** numérotées **0, 1, -1**

I/ On lance, une fois, une pièce de monnaie parfaite :

- Si on obtient « face » on tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne.
- Si non on tire successivement et sans remise trois boules de l'urne.

■ Soit les événements suivants F : « obtenir face » et N : « obtenir une somme nulle »

1) Représenter les données par un diagramme en arbre.

2) a) Calculer : $p(N/F)$ et $p(N/\bar{F})$.

b) En déduire la probabilité d'obtenir une somme nulle.

3) On sait qu'on a obtenu une somme nulle. Quelle est la probabilité d'obtenir « face ».

Voir suite au verso



II/ On tire au hasard successivement et avec remise deux boules de l'urne. On désigne par X la variable aléatoire qui indique le nombre de boules blanches obtenu dans chaque tirage.

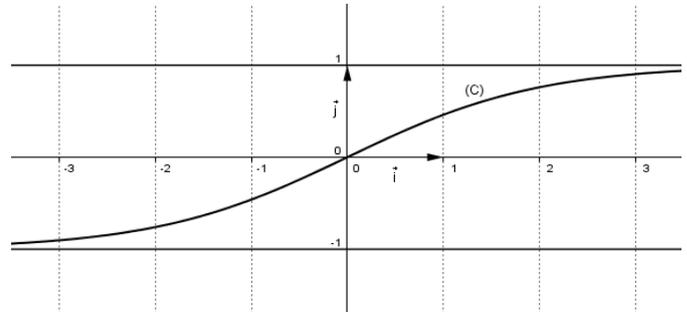
- 1) Déterminer la loi de probabilité de X.
- 2) Calculer l'espérance et l'écart-type de X.

EXERCICE 3 : (5 points)

La courbe (C) ci-dessous représente dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) une fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{ae^x + b}{e^x + 1}$ où a et b sont deux réels.

Les droites d'équations : $y=1$ et $y=-1$ sont des asymptotes à (C) respectivement au voisinage de $+\infty$ et au voisinage de $-\infty$.

(L'unité graphique : 2cm)



- 1) a) A l'aide d'une lecture graphique déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

- b) En déduire que : $a=1$ et $b=-1$.

- 2) Montrer que la fonction f est impaire.

- 3) a) Vérifier que pour tout réel x on a : $f(x) = -1 + \frac{2e^x}{e^x + 1}$

- b) Calculer, en cm^2 , l'aire \mathcal{A} de la partie du plan limitée par la courbe (C), l'axe (O, \vec{i}) et les droites d'équations : $x=0$ et $x=1$.

- c) En déduire, en cm^2 , l'aire \mathcal{A}' de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite d'équation $y=1$ et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$.

EXERCICE 4 : (7 points)

I/ Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = (1-x)e^{-x} + 1$.

- 1) Etablir le tableau de variation de la fonction g .
- 2) En déduire que $g(x) > 0$ pour tout réel x .

II/ Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = xe^{-x} + x$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan.

- 1) a) Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) = g(x)$

- b) Etablir le tableau de variation de la fonction f .

- 2) a) Montrer que la droite $D : y=x$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $(+\infty)$.

- b) Etudier la position de (C) par rapport à D .

- 3) Montrer que la courbe (C) admet au voisinage de $(-\infty)$ une branche infinie parabolique dont on précisera la direction.

- 4) Tracer D et (C).

- 5) Soit $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$. On désigne par $\mathcal{A}(\alpha)$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite D et les droites d'équations : $x=0$ et $x=\alpha$.

- a) Calculer $\mathcal{A}(\alpha)$ en fonction de α .

- b) En déduire $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(\alpha)$.

Bon travail

