

LYCEE SECONDAIRE IBN SINA MENZEL BOURGUIBA ***** Proposé par : M^r HAOUATI CHOKRI M^{me} : CHAKROUN RAMLA	DEVOIR DE SYNTHÈSE N° 1 4^{ème} Science Technique 1+2+3+4
	MATHEMATIQUES
	Le 6 / 12 / 2008 Nombre de pages : 3 pages

Exercice N°1

Pour Chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte.

Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Une seule réponse par question est acceptée et aucune justification n'est demandée

Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} ayant pour tableau de variation :

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-3	0

- Le nombre de solution dans \mathbb{R} de l'équation $f(x) = -1$ est :
 - 1 solutions
 - 2 solutions
 - 3 solutions
- La tangente a la courbe représentative de f au point d'abscisse -1 est parallèle a la droite d'équation :
 - $x = -1$
 - $y = -3$
 - $y = 2x$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} =$
 - 0
 - $-\infty$
 - $+\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{f(x) - 2} =$
 - $-\infty$
 - $+\infty$
 - on ne peut pas savoir

Exercice N°2

- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$
 - Ecrire les solutions sous la forme exponentielle
 - Résoudre l'équation : $z^4 - \sqrt{3}z^3 + 1 = 0$
- Soit θ un réel de $] -\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}[$ [on considère l'équation (E) : $z^2 - (2\sin\theta)z + 1 = 0$
 - Vérifier que $e^{i(\frac{\pi}{2}-\theta)}$ et $e^{-i(\frac{\pi}{2}-\theta)}$ sont les solutions de (E)
 - Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^4 - (2\sin\theta)z^2 + 1 = 0$

Exercice N°3

La courbe (C) donnée représente une fonction f définie et dérivable sur $[-4,5]$

La droite (T) est tangente à (C) au point d'abscisse -1

La tangente à (C) au point d'abscisse 2 est parallèle à l'axe des abscisses

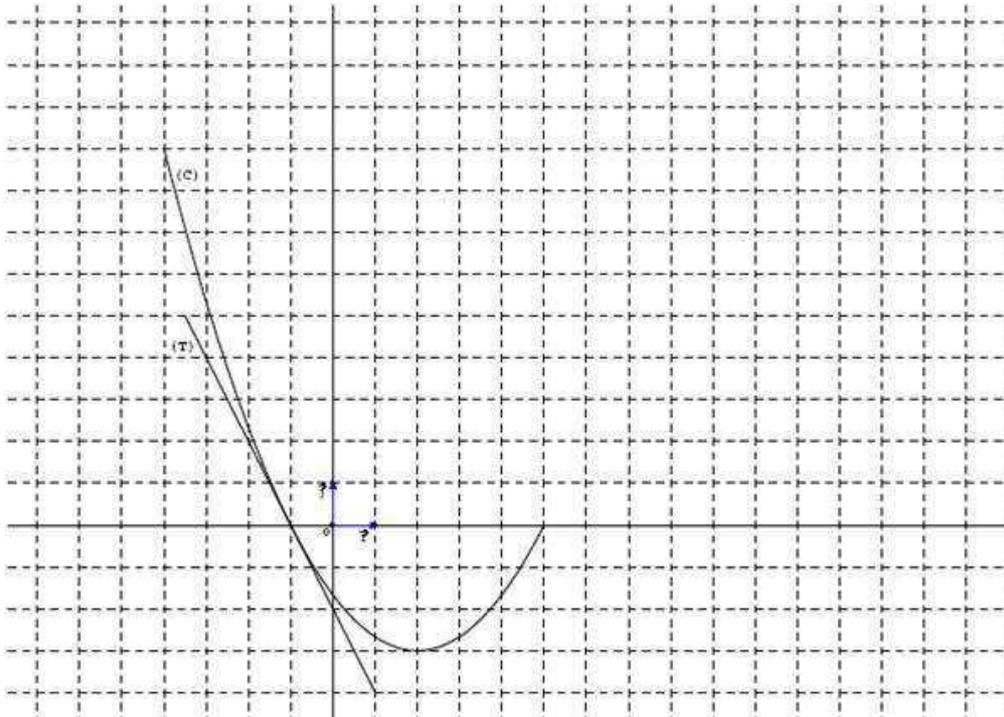
A] Par lecture graphique donné sans justification

- 1) $f(-4)$, $f(2)$, $f'(-1)$, $f'(2)$
- 2) Le tableau de signe de $f(x)$
- 3) Le tableau de variation de f en précisant le signe de $f'(x)$
- 4) Soit h une fonction deux fois dérivable sur $[-4,5]$ et tel que $h''(x) = f(x)$

Montrer que la courbe de h admet un point d'inflexion dont on précisera son abscisse

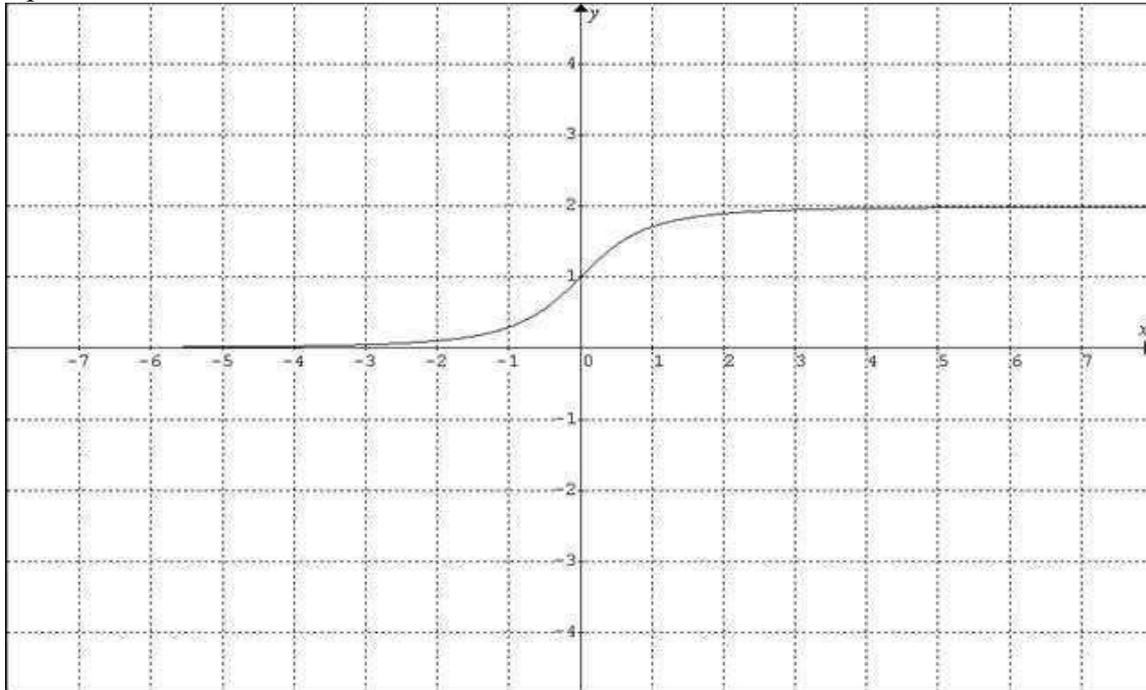
B] Soit g la fonction définie sur $[-4,5]$ par $g(x) = f^2(x)$

- 1) Calculer $g(2)$ et $g(5)$
- 2) Exprimer $g'(x)$ en fonction de $f(x)$ et $f'(x)$
- 3) Dresser le tableau de variation de g



Exercice N°4

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. On donne la courbe de f dans un repère orthonormé



- 1) Déterminer graphiquement le signe de f sur \mathbb{R}
- 2) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x + \sqrt{x^2+1}$
 - a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $g'(x) = f(x)$
 - b) Dresser le tableau de variation de g
 - c) Montrer que g réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J que l'on précisera
- 3) Déterminer le domaine de continuité et de dérivabilité de la fonction réciproque g^{-1} , ainsi que son sens de variation
- 4)
 - a) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour $x \in J$
 - b) Calculer $g^{-1}(2)$ puis $(g^{-1})'(2)$
 - c) Ecrire une équation de la tangente à la courbe de g^{-1} au point $A(2, g^{-1}(2))$

*****BON TRAVAIL *****