Lycée Ibn khaldoun	Devoir de synthèse N°1	Classe : $4^{ème}$ Sc.tech 2
Prof : Zribi Ramzi	9 décembre 2009	Durée : 2h

Exercice n°1

(3pts)

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. L'exercice consiste à donner la réponse exacte sans justification.

N°	questions	réponses a	réponses b	réponses c
1°)	$f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$ C_f possède un seul point d'inflexion qui est :	$A(1,\frac{1}{3})$	$A(2,-\frac{1}{3})$	$A(3,-1)$
2°)	$g(x)=\begin{cases}\frac{1-\cos x}{x} & \text{si } x\neq 0\\ g(0)=0\end{cases}$	g est dérivable en 0 et on a $g'(0)=0$	g est dérivable en 0 et on a $g'(0)=\frac{1}{2}$	g n'est pas dérivable en 0
3°)	La forme exponentielle de $-3e^{-i\frac{\pi}{8}}$ est :	$3e^{-i\frac{\pi}{8}}$	$-3e^{i\frac{\pi}{8}}$	$3e^{i\frac{7\pi}{8}}$
4°)	Si z est une racine $7^{ème}$ de 1 et $z\neq 1$ alors	$1+z+z^2+z^3+z^4+z^5+z^6=0$	$1+z+z^2+z^3+z^4+z^5+z^6=1$	$1+z+z^2+z^3+z^4+z^5+z^6=z^7$

Exercice n°2

(6pts)

1°) Résoudre dans l'équation : $z^2-(3+4i)-8+6i=0$.

2°) Soit dans l'équation (E) : $z^3-(1+4i)z^2-(14+2i)z-16+12i=0$.

a – Vérifier que (-2) est une solution de l'équation (E) .

b – Factoriser $z^3-(1+4i)z^2-(14+2i)z-16+12i$.

c – Résoudre alors l'équation (E) .

3°) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, on désigne par A et B les points d'affixes respectives $z_A = -1+2i$ et $z_B = 4+2i$.

a – Ecrire $\frac{z_A}{z_B}$ sous forme algébrique en déduire que le triangle OAB est rectangle.

b – Soit $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit au triangle OAB et D le point d'affixe $4-3i$.

Faire un schéma et montrer que la droite (OD) est tangente à $\mathscr{C}$.

Exercice n°3

(3pts)

En appliquant le théorème des inégalités des accroissements finis à la fonction $f(x) = \text{tg}x$ sur l'intervalle $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ montrer que :

pour tout $x \in \left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ on a : $x \leq \text{tg}x \leq 2x$.

Exercice n°4

(8pts)

Soit $f(x) = \frac{x^2-2x-2}{x-3}$.

1°) Donner D_f et calculer $f(0)$.

2°) a – Vérifier que $f(x) = x+1+\frac{1}{x-3}$.

b – En déduire que $\Delta : y = x+1$ est une asymptote oblique de Cf.

c – Donner la position de Cf par rapport à Δ.

3°) Etudier les variation de f et donner son tableau de variation.

4°) Tracer Cf et Δ.

5°) Montrer que f réalise une bijection de $]-\infty,2]$ vers un intervalle J à préciser.

6°) Calculer $(f^{-1})'(\frac{2}{3})$.