L-S-Ibn khaldoun ousseltia **Prof : A – Khaled**	**Devoir de synthése N°1** **Mathématiques**	**Classe : 4°tech** **Durée : 2h**

Exercice N°1 (4points)

Pour chaque question, trois réponses sont proposées dont une et une seulement est exacte.
Indiquez sur vôtre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée

1/ Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé ($(O,\vec{i},\vec{j})$) , si A, B et C d'affixes respectives z_A , z_B et z_C tels que $z_B - z_A = -\sqrt{2}\, i\,(z_C - z_A)$ alors :

a/ A , B et C sont alignés b/ ABC est rectangle en A c/ ABC est isocele en A

2/ le nombre complexe $\sqrt{3}$ - i est une racine carrée de :

a) $2+2i\sqrt{3}$ b) $2-2i\sqrt{3}$ c) $1-2i\sqrt{3}$

3/ Soient les points A , B et C d'affixes respectives i et -1 –i , l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z-i| = |z+1+i|$ est :

a) le cercle de diamétre [AB] b) la médiatrice du segment [AB] c) la droite (AB)

4/ Si f est une fonction dérivable sur un intervalle I , g est dérivable sur un intervalle J , telle que pour tout x de J , g(x) $\in$ J alors la fonction fog est dérivable sur J et pour tout x de J
On a

a) (fog) ' (x) = f '(g(x)) b) (fog)'(x) = f '[g(x)].g(x) c) (fog)'(x) = f'(x) . g'(x)

Exercice N°2 (6pts)

1/ Résoudre dans l'équation : z2 +(1- i)z -2(1 + i) =0

2/ On considére l'équation (E) :$z^3 + z^2$ -(1+i) z +2(1+ i)=0

a-- Vérifier que z_0 = -i est une solution de (E)

b-- Résoudre l'équation (E)

3/ Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O , \vec{i} , \vec{j})$

a-- Placer les points A , B et C d'affixes respectives -i , -2 et 1+i

b-- Determiner l'affixe du point D tel que ABCD soit un paraléllogramme

4/ Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe z tels que

$$\begin{cases} |z+2| = |z-1-i| \\ |z+i| = 2 \end{cases}$$

Exercice N°3 (6pts)

Soit f la fonction définie sur IR $\setminus\{1\}$ par : $f(x) = \dfrac{2x^3 +2x^2 -10x+11}{2(x-1)^2}$ et © sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O , \vec{i} , \vec{j})$

1/ Montrer que $f(x) = x +3 + \dfrac{5}{2(x-1)^2}$ puis calculer f '(x)

2/ a-- Dresser le tableau de variation de f

b—Déterminer les asymptotes de la courbe (C) de f

c—Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution α dans l'intervalle]-4,-1[

d—Tracer (C)

3/ a—Soit g la restriction de f sur l'intervalle]-∞,1[, Montrer g réalise une bijection de]-∞,1[sur un intervalle J que l'on déterminera

b—Calculer $(g^{-1})'(0)$ en fonction de α

c—Tracer dans le meme repère la courbe (C') de g^{-1}

Exercice N°4 (4pts)

Sur la figure ci-contre est la tracée la courbe reprèsentative d'une fonction dérivable sur IR

- la droite D est la tangente à (C) au point A(-2,1)
- la courbe (C) admet deux tangentes paralléles à l'axe des abscisses

aux points d'abscisses respectives -1 et 3

A) Répondre par vrai ou faux

1/ L'équation f(x) = 0 admet dans IR : a) exactement trois solutions
b) au moins trois solutions

2/ On désigne par f ' la fonction dérivée de f alors : a) f ' (-2) =-3
b) f ' (-2) = 3

3/ a/ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$; b/ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

B) 1/ Dresser le tableau de variation f

2/ Déterminer , en justifiant , les extrémas de f et préciser leurs natures